

## Measurement, control and automation

Website: https:// mca-journal.org

ISSN 1859-0551

# Điều khiển chống dao động tải trọng cho hệ thống cầu trục dựa trên bộ quan sát trạng thái mở rộng Extended state observer-inspired robust controller for overhead crane payload tracking and anti-swinging problems

Nguyễn Văn Chung<sup>1</sup>, Lê Xuân Hiếu<sup>1</sup>, Nguyễn Danh Huy<sup>1</sup>, Nguyễn Tùng Lâm<sup>1</sup> and Lưu Thị Huế<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup>Đại học Bách Khoa Hà Nội <sup>2</sup>Đại học Điện Lực \*Corresponding author E-mail:huelt@epu.edu.vn

#### Abstract

This paper proposed a nonlinear three-dimension overhead crane with three moving including the moving of the cart along the x-axis and y-axis, the winding motion of the rope to track the load to the desired trajectory. However, there are a variety of uncertain components that affect the overhead crane system. Therefore, the extended state observer and the second-order sliding mode control are proposed to solve this problem. Moreover, the stabilization of the close-loop is also guaranteed through the Lyapunov function. Finally, the simulation and the comparison with other methods are provided to highlight the advantage quality of the observer and proposed control method.

Keywords: overhead cranes, three dimensions overhead crane, second-order sliding mode control, extended state observer

## Kí hiệu

Kí hiệu	Đơn vị	Mô tả		
x, y	m	Vị trí của xe con chuyển động		
		theo trục $x$ và trục $y$		
$\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{ heta}$	rad	Góc xoay, góc lắc của tải trọng		
l	m	Chiều dài của dây cáp		
$m_x, m_y, m_l$	kg	Khối lượng tương đương của các		
-		bộ phận chuyển động theo các		
		phương x, y, l của xe con		
т	kg	Khối lượng của tải trọng		
$b_x, b_y$		Ma sát của xe đẩy theo các hướng		
2		chuyển động x, y		
$b_l$		Ma sát trong của dây treo		
$f_x, f_y, f_l$	Ν	Lực tác động lên trục x, trục y và		
		lực tác đông lên dây cáp tương ứng.		

## Các từ viết tắt

OC	Overhead cranes
3-DOC	Three Dimension Overhead Crane
SMC	Sliding Mode Control
SO-SMC	Second-order Sliding Mode Control
ESO	Extended State Observer

## Tóm tắt

Bài báo này giới thiệu một hệ thống phi tuyến cầu trục ba chiều, với ba chuyển động gồm: chuyển động của xe đẩy theo trục x và trục y, chuyển động quấn dây nhằm di chuyển tải trọng tới vị trí mong muốn. Một bộ điều khiển trượt bậc hai kết hợp với bộ quan sát trạng thái mở rộng được đề xuất để giả quyết vấn đề bất định, nhiễu và ước lượng các trạng thái cho hệ thống cầu trục 3D phi tuyến. Bộ quan sát trạng thái mở rộng được trình bày và chứng minh hội tụ. Ngoài ra, bộ điều khiển trượt bậc hai cũng được phân tích và chứng minh ổn định trong hệ thống vòng kín. Cuối cùng, mô phỏng được thực hiện để kiểm tra chất lượng bộ quan sát, cũng như chứng minh hiệu quả của phương pháp đề xuất.

## 1. Giới thiệu

Cầu trục treo (OC) được sử dụng rộng rãi trong các nhà máy, công trường xây dựng để vận chuyển các tải trọng nặng trong không gian làm việc. Một hệ thống (OC) điển hình gồm một xe đẩy di chuyển trong mặt phẳng, tải trọng được treo vào xe dẩy thông qua hệ thống dây cáp. Điều khiển cho (OC) luôn yêu cầu chính xác để đảm bảo cầu trục hoạt động chính xác và an toàn. Do tải trọng của hệ thống thay đổi, sự lắc lư trong không gian ba chiều quanh các trục khác nhau, điều này làm tăng thêm sự phức tạp cho hệ thống. Vì thế hệ thống cầu trục là một hệ có mô hình bất định và phi tuyến. Các nghiên cứu về

điều khiển cho (OC) đã rất được quan tâm, một số công trình áp dụng các kỹ thuật điều khiển khác nhau đã được công bố, như bộ điều khiển thích nghi trong [4], [5] đã điều khiển tiệm cận vị trí của xe đẩy và ổn định góc lắc tải trọng khi hệ thống bất định về tham số và thiếu chính xác. Bộ điều khiển thích nghi dựa trên thụ động được trình bày trong [6], đảm bảo đầu vào – đầu ra của hê thống kín ổn đinh và đảm bảo sai số quỹ đạo của tải trọng hội tụ về không theo hướng thẳng đứng và duy trì giới hạn theo hướng nằm ngang. Một phương pháp điều khiển khác được sử dụng rông rãi cho hệ thống OC đó là bô điều khiển trượt (SMC) do tính bền vững của bộ điều khiển đối với nhiễu ngoài tác động, trong bài [7] một sơ đồ điều khiển chống rung được thiết kế dựa trên điều khiển (SMC) để đáp ứng các yêu cầu nghiêm ngăt về góc xoay và điều khiển vi trí xe đẩy chính xác. Một bộ điều khiển (SMC) mới yêu cầu phản hồi trạng thái một phần [8] được thiết kế cho (OC) con lắc kép dựa trên động lực học phi tuyến tách rời được thực hiện dựa trên đông lực học phi tuyến ban đầu. Một bộ điều khiển hỗn hợp được đề xuất trong [9] bởi Lê Anh Tuấn và các cộng sự kết hợp bộ điều khiển tuyến hóa phản hồi từng phần và bộ điều khiển (SMC). Bộ điều khiển tuyến tính hóa để triệt tiêu rung lắc, còn (SMC) sử dung để nâng tải trong.

Kỹ thuật điều khiển cầu trục còn được lấy cảm hứng từ sự phát triển của điều khiển bù ngược [10], [11], kỹ thuật điều khiển đã dựa trên bộ quan sát nhiễu được sử dụng để ước lượng và bù các tác động của nhiễu vào hệ thống. Một kỹ thuật điều khiển khác nữa cho hệ thống cầu trục hoạt động kém hiệu quả bằng phát triển phương pháp tái tạo nhiễu hoặc đầu vào chưa biết dưa trên bô quan sát khoảng [12]. Bô điều khiển (SMC) tích hợp với bộ quan sát nhiễu được đề xuất trong [13] đảm bảo hiệu suất điều khiển (OC) đạt yêu cầu khi (OC) làm việc trong điều kiện không thuận lợi, bộ quan sát nhiễu được thiết kế thêm cho cần truc để ước tính và sau đó loai bỏ ảnh hưởng của nhiễu. Bô quan sát mờ kết hợp với bô điều khiển (SMC) để ước lượng vùng chết của bộ truyền động và bất định của hệ thống được phát triển trong [14]. Trong [15] đề xuất phương pháp điều khiển phản hồi phi tuyến, cùng với bô quan sát nhiễu thời gian hữu hạn, các nhiễu bất định sẽ bị suy giảm và loại bỏ bởi bộ quan sát nhiễu.

Với hệ thống (OC) một số biến trạng thái của hệ thống rất khó đo hoặc không đo được như góc lắc hay vận tốc lắc của con lắc... Bộ điều khiển (SMC) dựa trên bộ quan sát Luenberger để ước lượng các trạng thái của hệ thống cầu trục 3D được đề xuất trong [2]. Trong [16], [17] đề xuất hai bộ điều khiển bền vũng phi tuyến làm giảm hiện tượng nhiễu của đầu ra và đầu ra nhanh chóng ổn định, đồng thời sử dụng bộ quan sát trạng thái để ước lượng vận tốc.

Như vậy có thể thấy các bộ quan sát ở trên chỉ làm một trong hai nhiệm vụ: một là ước lượng các biến trạng thái của hệ thống hoặc ước lượng nhiễu. Nhưng hệ thống luôn tồn tại đồng thời cả hai: hệ thống chịu sự tác động của nhiễu, mô hình bất định và một số biến trạng thái của hệ thống không đo được hoặc khó đo. Để khắc phục những hạn chế của các phương pháp điều khiển hệ thống cầu trục 3D với chiều dài cáp thay đổi, bài báo này đề xuất một phương pháp điều khiển trượt bậc hai kết hợp với bộ quan sát trạng thái mở rộng (ESO) để điều khiển xe con bám quỹ đạo mong muốn và chống rung lắc cho tải trọng, đồng thời nhiễu tổng và một số biến trạng thái của hệ thống được ước lượng. Điều này giúp hệ thống khử nhiễu và giảm chi phí cho bộ điều khiển khi hệ thống không cần sử dụng một số cảm biến. Bằng cách sử dụng cấu trúc này và so sánh nó với các công trình có liên quan trước đó, đóng góp của bài viết có thể được tóm tắt như sau:

1. Bộ điều khiển trượt bậc hai làm giảm đáng kể hiện tượng chattering, đảm bảo xe con chuyển động bám theo quỹ đạo, đồng thời tải trọng được nâng với sự rung lắc nhỏ.

2. Các biến trạng thái của hệ thống khó đo hoặc không đo được được ước lượng, đồng thời nhiễu và bất định của hệ thống (nhiễu tổng) cũng được ước lượng bằng bộ quan sát trạng thái mở rộng. Sự kết hợp giữa SO-SMC và ESO đảm bảo hệ thống bền vũng và ổn định, đồng thời các biến trạng thái của hệ thống và nhiễu đều được ước lượng. Điều này làm giảm sự cồng kềnh và giảm chi phí của hệ thống điều khiển.

Bài viết được cấu trúc như sau: Phần 2 trình bày mô hình động lực học của hệ thống và bộ quan sát trạng thái mở rộng. Bộ điều khiển SO-SMC được trình bày trong phần 3. Phần 4 các kết quả mô phỏng xác minh tính hiệu quả và độ tin cậy của phương pháp đề xuất. Cuối cùng kết luận, nhận xét được thảo luận trong phần 5.

## 2. Mô hình và bộ quan sát trạng thái mở rộng cho cầu truc 3D

#### 2.1. Mô hình động lực học

Hệ thống cầu trục trong không gian ba chiều (3-DOC) gồm một con lắc đơn và một xe đẩy chuyển động được minh họa trong Hình 1. Theo phương pháp Euler-Lagrange, phương trình động lực học của 3-DOC được lập tương tự như trong [1] và [2] như sau:



Hình 1: Mô hình cầu trục trong không gian ba chiều.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{D} = \mathbf{F}$$
(1)

trong đó  $\mathbf{q} = [x, y, l, \phi, \theta]^T$  là vecto trạng thái; x,y là vị trí của xe con, 1 là chiều dài của dây,  $\phi, \theta$  là góc lắc của tải trọng theo các phương trục x và y.  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \Re^{5,5}$  là ma trận quán tính;  $\mathbf{B} \in \Re^{5,5}$  là ma trận hệ số tắt dần;  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \Re^{5,5}$  là ma trận tương hỗ và ly tâm;  $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \Re^{5,1}$  biểu thị véc tơ lực trọng trường;  $\mathbf{D} \in \Re^{5,1}$  là véc tơ nhiễu tác động vào hệ thống;  $\mathbf{F} = [f_x, f_y, f_l, 0, 0]^T$  là lực tác động lên hệ thống. Các ma trận và véc tơ trong phương trình (1) được xác định như sau:

Các hệ số của  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  được cho bởi:  $m_{11} = m_x + m; m_{13} = m_{31} = m \sin \phi \cos \theta;$  $m_{14} = m_{41} = ml \cos \phi \cos \theta; m_{15} = m_{51} = -ml \sin \phi \sin \theta;$  $m_{22} = m_v + m; m_{23} = m_{32} = m \sin \theta; m_{25} = m 52 = m l \cos \theta;$  $m_{33} = m_l + m; m_{44} = ml^2 \cos^2 \theta. m_{55} = ml^2;$ Các hệ số của ma trận  $C(q, \dot{q})$ :  $c_{13} = m\cos\phi\cos\theta\dot{\phi} - m\sin\phi\sin\theta\dot{\theta},$  $c_{14} = m\cos\phi\cos\theta \dot{l} - ml\cos\phi\sin\theta \dot{\theta} - ml\sin\phi\cos\theta \dot{\phi};$  $c_{15} = -ml\cos\phi\sin\theta\dot{\phi} - m\sin\phi\sin\theta\dot{l} - ml\sin\phi\cos\theta\dot{\theta};$  $c_{23} = m\cos\theta\dot{\theta}; c_{25} = m\cos\theta\dot{l} - ml\sin\theta\dot{\theta};$  $c_{34} = -ml\cos^2\theta, c_{35} = -ml\dot{\theta};$  $c_{43} = ml\cos^2\theta\dot{\phi}; \quad c_{44} = ml\cos^2\theta\dot{l} - ml^2\cos\theta\sin\theta\dot{\theta};$  $c_{45} = -ml^2 \cos\theta \sin\theta \dot{\phi};$  $c_{53} = ml\dot{\theta}; c_{54} = ml^2 \cos\theta \sin\theta\dot{\theta}; c_{55} = ml\dot{l}$ Véc tơ  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  có các hệ số khác không và bằng:

 $g_3 = -mg\cos\phi\cos\theta; \quad g_4 = mgl\sin\phi\cos\theta;$ *g*5  $mgl\cos\phi\sin\theta$ 

Cuối cùng D là nhiễu không xác định tác động vào hệ thống :  $\mathbf{D} = [d_x, d_y, d_l, d_\phi, d_\theta]^T.$ 

#### 2.2. Bộ quan sát trạng thái

Trong hệ thống 3-DOC phi tuyến một số biến trạng thái rất khó đo được hoặc không thể đo được như vận tốc của góc lắc. Trong khi đó các biến trạng thái này luôn cần được biết khi thiết kế điều khiển cho hệ thống. Vì vậy bộ quan sát trạng thái mở rông (ESO) được thiết kế không những quan sát các biến trang thái mà còn ước lương thành phần phi tuyến bất đinh và nhiễu của hê thống.

Các biến trạng thái của bộ quan sát được định nghĩa như sau:

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}; \, \mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}} \tag{2}$$

Từ phương trình (1), phương trình đông lực học của hê thống được viết lại dưới dạng biến trạng thái như sau:

$$\begin{cases} x_1 = q \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M^{-1}(q)F - M^{-1}(q) \left(C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + B\dot{q} + D\right) \\ \end{cases}$$
(3)

Đặt  $f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t}) = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) (\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D})$ , véc tơ phi tuyến  $f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t}) \in \Re^{5 \times 1}$  bao gồm cả thành phần bất định và nhiễu tác đông vào hê thống được gọi chung là nhiễu tổng. Lúc này, nhiễu tổng được coi là một trang thái mở rộng trong bộ ESO, đặt  $f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t}) = \mathbf{x_3}$ .

Giả thiết 1: Giả thiết rằng nhiễu tổng  $f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t})$  và các đạo hàm của nó là liên tục và bị chặn.

Phương trình trạng thái (3) được viết lại thành:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{x}_3 + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{F} \\ \dot{\mathbf{x}}_3 = \boldsymbol{\zeta}(t) \end{cases}$$
(4)

Trong đó  $\zeta(t)$  là đạo hàm của hàm  $f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{t})$ . Biến trạng thái  $\mathbf{z}_{\mathbf{i}}$  được định nghĩa là biến quan sát của  $\mathbf{x}_{\mathbf{i}}$ , (i = 1 - 3). Do đó, sai số quan sát được xác định:  $\mathbf{e}_{\mathbf{i}} = \mathbf{z}_{\mathbf{i}} - \mathbf{x}_{\mathbf{i}}$ . Dựa trên phương trình (4), phương trình trang thái của hê thống được viết theo bô ESO trong [18] như sau:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_2 - \Lambda_1 \mathbf{e}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{z}_3 + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{F} - \Lambda_2 Fal_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_3 = -\Lambda_3 Fal_2 \end{cases}$$
(5)

Trong đó  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ ,  $\Lambda_3$  là ma trận xác định dương có số chiều là  $5 \times 5$ . Fal<sub>1</sub> và Fal<sub>2</sub> là hàm của  $\mathbf{e_1}$  được định nghĩa bởi:

$$Fal_{1}(\mathbf{e_{1}}, \boldsymbol{\gamma_{1}}, \boldsymbol{\delta}) = \begin{cases} \frac{\mathbf{e_{1}}}{\delta^{1-\gamma_{1}}}, & \max|\mathbf{e_{1}}| \leq \boldsymbol{\delta} \\ |\mathbf{e_{1}}|^{\gamma_{1}} \operatorname{sign}(\mathbf{e_{1}}), & \max|\mathbf{e_{1}}| > \boldsymbol{\delta} \end{cases}$$
$$Fal_{2}(\mathbf{e_{1}}, \boldsymbol{\gamma_{2}}, \boldsymbol{\delta}) = \begin{cases} \frac{\mathbf{e_{1}}}{\delta^{1-\gamma_{2}}}, & \max|\mathbf{e_{1}}| \leq \boldsymbol{\delta} \\ |\mathbf{e_{1}}|^{\gamma_{2}} \operatorname{sign}(\mathbf{e_{1}}), & \max|\mathbf{e_{1}}| > \boldsymbol{\delta} \end{cases}$$

trong đó  $\delta$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  là các hằng số dương thỏa mãn  $\gamma_1 \in (0,1)$ and  $\gamma_2 \in (0,1)$ 

Sự hội tụ của ESO có được từ sai số của hệ thống, được xây dựng từ phương trình (4) và (5). Để thuận lợi cho việt tính toán, coi F trong ESO (5) không thay đổi với hệ thống (4). Sai số quan sát thu được như sau:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_2 - \Lambda_1 \mathbf{e}_1 \\ \dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{e}_3 - \Lambda_2 Fal_1 \\ \dot{\mathbf{e}}_3 = -\zeta(t) - \Lambda_3 Fal_2 \end{cases}$$
(6)

Đinh lí 1: Sai số quan sát e; của hê thống được xem xét dưới giả thiết 1, nếu các hê số trong ma trân  $\Lambda_1$  đủ lớn sao cho min(diag( $\Lambda_1$ )) >  $\bar{K}$ ( $\parallel$  diag( $\Lambda_2$ )  $\parallel_{\infty} + \parallel$  diag( $\Lambda_3$ )  $\parallel_{\infty} + 3$ ) thì sai số quan sát sẽ hội tụ tiện cận về 0.

Chứng minh. Xem xét tính ổn định của ESO theo tiêu chuẩn ổn định Lyapunov, hàm Lyapunov được đề xuất như sau:

$$V_{eso} = \frac{1}{2} \mathbf{e_1}^T \mathbf{e_1} + \frac{1}{2} \mathbf{e_2}^T \mathbf{e_2} + \frac{1}{2} \mathbf{e_3}^T \mathbf{e_3}$$
(7)

Đao hàm phương trình (7) được tính như sau:

$$\dot{V}_{eso} = \mathbf{e_1}^T \, \dot{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{e_2}^T \, \dot{\mathbf{e}}_2 + \mathbf{e_3}^T \, \dot{\mathbf{e}}_3 \tag{8}$$

Thế (6) vào (8), ta có được đạo hàm hàm Lyapunov như sau:

$$\dot{V}_{eso} = -\mathbf{e_1}^T \Lambda_1 \mathbf{e_1} + \mathbf{e_1}^T \mathbf{e_2} - \mathbf{e_2}^T \Lambda_2 Fal_1 - \mathbf{e_3}^T \Lambda_3 Fal_2 + \mathbf{e_2}^T \mathbf{e_3} - \mathbf{e_3}^T \zeta(t)$$
(9)

Ta có  $Fal_1$  và  $Fal_2$  là hàm bậc nhất theo  $e_1$ . Đặt

$$\begin{split} \Psi &= [\mathbf{e_1^T}, \mathbf{e_2^T}, \mathbf{e_3^T}, \zeta^{\mathbf{T}}(\mathbf{t})]^{\mathbf{T}} \text{ th} \mathbf{\hat{e}_1}^T \mathbf{e_2} - \mathbf{e_2^T} \Lambda_2 Fal_1 \\ &- \mathbf{e_3}^T \Lambda_3 Fal_2 + \mathbf{e_2}^T \mathbf{e_3} - \mathbf{e_3}^T \zeta(t) \\ \bar{K}(\|\operatorname{diag}(\Lambda_2)\|_{\infty} + \|\operatorname{diag}(\Lambda_3)\|_{\infty} + 3) \| \Psi \|_{\infty}^2 \text{ voi } \bar{K} \| \mathbf{\hat{k}} \| \mathbf{\hat{k}} \end{split}$$
hằng số dương lớn hơn 1 và  $\mathbf{e_1}^T \Lambda_1 \mathbf{e_1} < \parallel \operatorname{diag}(\Lambda_1) \parallel_{\infty} \parallel \Psi \parallel_{\infty}^2$ Nếu các hệ số trong ma trận  $\Lambda_1$  được chọn đủ lớn sao cho  $\min(\operatorname{diag}(\Lambda_1)) > \overline{K}(\|\operatorname{diag}(\Lambda_2)\|_{\infty} + \|\operatorname{diag}(\Lambda_3)\|_{\infty} + 3)$  thì sẽ tồn tại  $\dot{V}_{eso} < 0$ . Vì vậy, sai số quan sát hội tụ về không, và tính ổn định của ESO đã được chứng minh.  $\square$ 

## 3. Bộ điều khiển trượt bậc hai dựa trên ESO cho hê thống cầu truc

Trong phần này, lực tác dụng lên hệ thống được định nghĩa:  $\mathbf{F_a} = [f_x, f_y, f_l]^T$ . Hệ thống lấy các biến trạng thái được ước lượng bằng bộ quan sát (5) phản hồi lại cho bộ điều khiển, tín hiệu điều khiển  $\mathbf{F_a}$  được xác định đảm bảo tính ổn định cho hệ thống cầu trục 3D. Hệ thống cầu trục 3D là hệ thống thiếu cơ cấp chấp hành, có ba tín hiệu điều khiển là  $f_x, f_y, f_l$ , trong khi đó lại có năm biến cần điều khiển là  $x, y, l, \phi, \theta$ . Vì vậy để điều khiển hệ thống cần viết lại phương trình động lực học (1) dưới dạng hai phương trình: một phương trình đủ cơ cấp chấp hành, còn một phương trình thiếu cơ cấu chấp hành. Hai phương trình đó được viết dưới dạng sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{M_{a1}} \left( \mathbf{q} \right) \ddot{\mathbf{q}}_{a} + \mathbf{M_{u1}} \left( \mathbf{q} \right) \ddot{\mathbf{q}}_{u} + \mathbf{D_{a1}} \dot{\mathbf{q}}_{a} \\ + \mathbf{C_{a1}} \left( \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \right) \dot{\mathbf{q}}_{a} + \mathbf{C_{u1}} \left( \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_{u} \right) \dot{\mathbf{q}}_{u} + \mathbf{G_{1}} \left( \mathbf{q} \right) = \mathbf{F_{a}} \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M_{a2}}\left(\mathbf{q}\right) \ddot{\mathbf{q}}_{a} + \mathbf{M_{u2}}\left(\mathbf{q}\right) \ddot{\mathbf{q}}_{u} \\ + \mathbf{C_{a2}}\left(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}\right) \dot{\mathbf{q}}_{a} + \mathbf{C_{u2}}\left(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_{u}\right) \dot{\mathbf{q}}_{u} + \mathbf{G_{2}}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{11}$$

trong đó:  $\mathbf{q}_a = [x, y, l]^T; \mathbf{q}_u = [\phi, \theta]^T$  $\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} \end{bmatrix}$ 

$$\mathbf{M_{a1}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M_{u1}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{14} & m_{15} \\ 0 & m_{25} \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{M_{a2}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{41} & 0 & 0 \\ m_{51} & m_{52} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M_{u2}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{44} & 0 \\ 0 & m_{55} \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{C_{a1}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13} \\ 0 & 0 & c_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C_{u1}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_u) = \begin{bmatrix} c_{14} & c_{15} \\ 0 & c_{25} \\ c_{34} & c_{35} \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{C_{a2}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{43} \\ 0 & 0 & c_{53} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C_{u2}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}_u) = \begin{bmatrix} c_{44} & c_{45} \\ c_{54} & c_{55} \end{bmatrix};$$

 $\mathbf{D_{a1}} = \begin{bmatrix} 0_A & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_l \end{bmatrix}; \mathbf{G_1}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_3 \end{bmatrix}; \mathbf{G_2}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} g_4 \\ g_5 \end{bmatrix}.$ Thế phương trình (11) vào phương trình (10), các biến trang

thái đầy đủ cơ cấu chấp hành có thể viết dưới dạng phương trình:

$$\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_{a} + \overline{\mathbf{C}_{1}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_{a} + \overline{\mathbf{C}_{2}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_{u} + \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) = \mathbf{F}_{\mathbf{a}}$$
(12)

trong đó:

$$\begin{split} \overline{M}(q) &= M_{a1}(q) - M_{u1}^{-1}(q)M_{u2}(q)M_{a2}(q); \\ \overline{C_1}(q,\dot{q}) &= D_{a1} + C_{a1}(q,\dot{q}) - M_{u1}(q)M_{u2}^{-1}(q)C_{a2}(q,\dot{q}); \\ \overline{C}_2(q,\dot{q}) &= C_{u1}(q,\dot{q}) - M_{u1}(q)M_{u2}^{-1}(q)C_{u2}(q,\dot{q}); \\ \overline{G}(q) &= G_1(q) - M_{u1}(q)M_{u2}^{-1}(q)G_2(q). \end{split}$$
Theo giả thiết 1 thì nhiễu tổng của hệ thống liên tục và bị chặn

vì vậy tất cả các ma trận  $\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$ ,  $\overline{\mathbf{C}}_1(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ ,  $\overline{\mathbf{C}}_2(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ ,  $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$  liên tục và bị chặn.

Định nghĩa  $\mathbf{q}_{ad} = [\mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, l_r]^T$  và  $\mathbf{q}_{ud} = [\phi_r, \theta_r] = [0, 0]^T$ là vị trí và góc lắc mong muốn của hệ thống;  $\mathbf{z}_{a} = [\mathbf{z}_1(1), \mathbf{z}_1(2), \mathbf{z}_1(3)]^T$ ,  $\mathbf{z}_{u} = [\mathbf{z}_1(4), \mathbf{z}_1(5)]^T$  và  $\mathbf{z}_{3a} = [\mathbf{z}_3(1), \mathbf{z}_3(2), \mathbf{z}_3(3)]^T$ . Ta có  $\mathbf{z}_a$  là ước lượng của  $\mathbf{q}_a$ ,  $\mathbf{z}_u$  là uớc lượng của  $\mathbf{q}_u$ , và  $\mathbf{z}_{3a}$  là ước lượng của nhiễu tổng  $\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q})^{-1} [-\overline{\mathbf{C}_1}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_a - \overline{\mathbf{C}_2}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_u - \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) - \overline{\mathbf{D}_a}]$ .

Để xây dựng thuật toán SO-SMC dựa trên ESO, trước hết mặt trượt bậc một được xác định:

$$\mathbf{s}_{\mathbf{0}} = \tilde{\mathbf{q}}_{a} + \alpha \tilde{\mathbf{q}}_{a} + \beta \tilde{\mathbf{q}}_{u} \tag{13}$$

với  $\tilde{\mathbf{q}}_a = \mathbf{q}_a - \mathbf{q}_{ad}$  và  $\tilde{\mathbf{q}}_u = \mathbf{q}_u - \mathbf{q}_{ud}$  là các véc tơ sai số. Do  $\mathbf{q}_{ud} = [0,0]^T$  vì vậy  $\tilde{\mathbf{q}}_u = \mathbf{q}_u$ . Các tham số  $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 

và  $\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \end{bmatrix}^T$  là các ma trận xác định dương. Đạo hàm mặt trượt (13) theo thời gian ta có:

$$\dot{\mathbf{s}}_0 = \ddot{\mathbf{q}}_a + \alpha \dot{\mathbf{q}}_a + \beta \dot{\mathbf{q}}_u \tag{14}$$

Ước lượng mặt trượt dựa trên ESO, biến trạng thái  $z_a$  và  $z_u$  được định nghĩa như sau:

$$\hat{\mathbf{s}}_0 = (\dot{\mathbf{z}}_a - \dot{\mathbf{q}}_{ar}) + \alpha(\mathbf{z}_a - \mathbf{q}_{ar}) + \beta(\mathbf{z}_u - \mathbf{q}_{ur})$$
(15)

Biến trạng **q** không đo được và bộ điều khiển lấy giá trị ước lượng của **q** là  $\mathbf{z}_2$  từ bộ quan sát để tính toán cho tín hiệu điều khiển cho 3DOC. Sai số quan sát:  $\mathbf{e}_{\mathbf{a}} = \mathbf{z}_{\mathbf{a}} - \mathbf{q}_{\mathbf{a}} = [e_1(1), e_1(2), e_1(3)]^T$  and  $\mathbf{e}_{\mathbf{u}} = \mathbf{z}_{\mathbf{u}} - \mathbf{q}_{\mathbf{u}} = [e_1(4), e_1(5)]^T$ , Ước lượng mặt trượt dựa trên ESO được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{0} &= (\dot{\mathbf{z}}_{a} - \dot{\mathbf{q}}_{ar}) + \alpha (\mathbf{z}_{a} - \mathbf{q}_{ar}) + \beta (\mathbf{z}_{u} - \mathbf{q}_{ur}) \\ &= (\dot{\mathbf{z}}_{a} - \dot{\mathbf{q}}_{a}) + \alpha (\mathbf{z}_{a} - \mathbf{q}_{a}) + \beta (\mathbf{z}_{u} - \mathbf{q}_{u}) + (\dot{\mathbf{q}}_{a} - \mathbf{q}_{ar}) \\ &+ \alpha (\mathbf{q}_{a} - \mathbf{q}_{ar}) + \beta (\mathbf{q}_{u} - \mathbf{q}_{ur}) \\ &= \dot{\mathbf{e}}_{a} + \alpha \mathbf{e}_{a} + \beta \mathbf{e}_{u} + \ddot{\mathbf{q}}_{a} + \alpha \ddot{\mathbf{q}}_{a} + \beta \ddot{\mathbf{q}}_{u} \\ &= \mathbf{e}_{2a} - \Lambda_{1} \mathbf{e}_{a} + \alpha \mathbf{e}_{a} + \beta \mathbf{e}_{u} + \mathbf{s}_{0} \\ &= \mathbf{e}_{2a} + (\alpha - \Lambda_{1a})\mathbf{e}_{a} + \beta \mathbf{e}_{u} + \mathbf{s}_{0} \end{aligned}$$
(16)

Đạo hàm của ước lượng mặt trượt theo theo thời gian được xác định:

$$\dot{\mathbf{s}}_{0} = (\ddot{\mathbf{z}}_{a} - \ddot{\mathbf{q}}_{ar}) + \alpha(\dot{\mathbf{z}}_{a} - \dot{\mathbf{q}}_{ar}) + \beta(\dot{\mathbf{z}}_{u} - \dot{\mathbf{q}}_{ur})$$
(17)

Hơn nữa, lưu ý rằng  $\mathbf{\ddot{z}}_a = \mathbf{\ddot{e}}_a + \mathbf{\ddot{x}}_a = \mathbf{\dot{e}}_{2a} + \mathbf{\ddot{q}}_a = \mathbf{e_{3a}} - \Lambda_{2a}Fal_{1a} + \mathbf{\ddot{q}}_a$ , với  $\mathbf{\dot{e}}_{2a}$ ,  $\mathbf{e_{3a}}$ ,  $\Lambda_{2a}$ ,  $Fal_{1a}$  là ba phần tử đầu tiên của  $\mathbf{\dot{e}}_2$ ,  $\mathbf{e_3}$ ,  $\Lambda_2$ ,  $Fal_1$  tương ứng được lấy từ phương trình (6).

Lúc này, luật điều khiển SO-SMC dựa trên ESO được xây dựng như sau:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{a}} = -\mathbf{K}\mathbf{sign}(\hat{\mathbf{s}}_{0}) - \overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) \left[ \mathbf{z}_{3\mathbf{a}} + 2\alpha(\dot{\mathbf{z}}_{a} - \dot{\mathbf{q}}_{ar}) - \ddot{\mathbf{q}}_{ar} + \alpha^{T}\alpha(\mathbf{z}_{\mathbf{a}} - \mathbf{q}_{\mathbf{ar}}) + \beta(\dot{\mathbf{z}}_{u} - \dot{\mathbf{q}}_{ur}) + \alpha\beta(\mathbf{z}_{\mathbf{u}} - \mathbf{q}_{\mathbf{ur}}) \right]$$
(18)

trong đó  $\mathbf{z}_{\mathbf{a}} = [\mathbf{z}_{\mathbf{1}}(1), \mathbf{z}_{\mathbf{1}}(2), \mathbf{z}_{\mathbf{1}}(3)]^T$  là biến ước lượng của  $\mathbf{q}_{\mathbf{a}}$  và  $\mathbf{z}_{\mathbf{u}} = [\mathbf{z}_{\mathbf{1}}(4), \mathbf{z}_{\mathbf{1}}(5)]^T$  là biến ước lượng của  $\mathbf{q}_{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{z}}_a = [\mathbf{z}_{\mathbf{2}}(1), \mathbf{z}_{\mathbf{2}}(2), \mathbf{z}_{\mathbf{2}}(3)]^T$  là biến ước lượng của  $\dot{\mathbf{q}}_a$  và  $\dot{\mathbf{z}}_u = [\mathbf{z}_{\mathbf{2}}(4), \mathbf{z}_{\mathbf{2}}(5)]^T$  là biến ước lượng của  $\dot{\mathbf{q}}_u, \mathbf{z}_{\mathbf{3a}} = [\mathbf{z}_{\mathbf{3}}(\mathbf{1}), \mathbf{z}_{\mathbf{3}}(2), \mathbf{z}_{\mathbf{3}}(3)]$  là biến ước lượng của nhiễu tổng được xác định dựa trên bộ quan sát trạng thái mở rộng (5);  $\mathbf{K} = \operatorname{diag}(k_1, k_2, k_3)$  là ma trận hằng số xác định dương.

Luật điều khiển (18) bao gồm hai thành phần: Thành phần thứ nhất Ksign $(s_0)$  có tác dụng giúp quỹ đạo của cầu trục 3D bám theo quỹ đạo đặt dạng mặt trượt; thành phần thứ hai là phần còn lại sẽ giúp các biến trạng thái tiến tới mặt trượt.

**Đinh lí 2:** Bộ điều khiển SO-SMC được xem xét dưới giả thiết 1, nếu các tham số điều khiển  $\alpha$  được chọn đủ lớn sao cho min $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) > (\parallel \text{diag}(\Lambda_{1a}) \parallel_{\infty} + 2 + max(\beta_1, \beta_2))$  thì bộ điều khiển SO-SMC dựa trên ESO với luật điều khiển (18) sẽ đảm bảo tính ổn định. Tức khi đó mặt trượt **s**<sub>0</sub> sẽ tiến về 0 và hệ thống cầu trục 3D với bộ điều khiển vòng kín sẽ ổn định tiệm cận.

Chứng minh. Hàm Lyapunov được chọn như sau:

$$V_{smc} = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{s}}_0^T \hat{\mathbf{s}}_0 + \frac{1}{2} \mathbf{e_1}^T K_1 \mathbf{e_1} + \frac{1}{2} \mathbf{e_2}^T K_2 \mathbf{e_2} + \frac{1}{2} \mathbf{e_3}^T K_3 \mathbf{e_3}$$
(19)

T.

Để chứng minh được thuận tiện hơn, ta định nghĩa:

$$V = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{s}}_0^T \hat{\mathbf{s}}_0 \tag{20}$$

Dựa vào phương trình (12) và (17), và sau đó (18) vào, đạo hàm của hàm V được xác định như sau :

$$V = \hat{\mathbf{s}}_{0}^{T} \hat{\mathbf{s}}_{0}$$
(21)  
=  $\hat{\mathbf{s}}_{0}^{T} \left[ \mathbf{e}_{3\mathbf{a}} - \Lambda_{2a} Fal_{1a} - \overline{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{K} \mathbf{sign}(\hat{\mathbf{s}}_{0}) - \mathbf{z}_{3\mathbf{a}} - 2\alpha(\dot{\mathbf{z}}_{a} - \dot{\mathbf{q}}_{ar}) + \ddot{\mathbf{q}}_{ar} - \alpha^{T} \alpha(\mathbf{z}_{\mathbf{a}} - \mathbf{q}_{\mathbf{ar}}) - \beta(\dot{\mathbf{z}}_{u} - \dot{\mathbf{q}}_{ur}) - \alpha\beta(\mathbf{z}_{u} - \dot{\mathbf{q}}_{ur}) - \ddot{\mathbf{q}}_{ar} + \alpha(\dot{\mathbf{z}}_{a} - \dot{\mathbf{q}}_{ar}) + \beta(\dot{\mathbf{z}}_{u} - \dot{\mathbf{q}}_{ur}) - \overline{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q}) \left[\overline{\mathbf{C}_{1}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_{a} + \overline{\mathbf{C}_{2}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_{u} + \overline{\mathbf{D}_{a}} + \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) \right] \right]$ 

mà ta có  $\mathbf{e_{3a}} = \mathbf{z_{3a}} - \mathbf{x_{3a}} = \mathbf{z_{3a}} + \overline{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q}) [\overline{\mathbf{C_1}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_a + \overline{\mathbf{C_2}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_u + \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \overline{\mathbf{D}_a}]$  và sử dụng (15) và (16), do đó phương trình (21) trở thành:

$$\dot{V} = \hat{\mathbf{s}}_{0}^{T} \left[ -\Lambda_{2a} F a l_{1a} - \overline{\mathbf{M}}^{-1} \left( \mathbf{q} \right) \mathbf{K} \mathbf{sign}(\hat{\mathbf{s}}_{0}) - \alpha (\dot{\mathbf{z}}_{a} - \dot{\mathbf{q}}_{ar}) - \alpha^{T} \alpha (\mathbf{z}_{a} - \mathbf{q}_{ar}) - \alpha \beta (\mathbf{z}_{u} - \mathbf{q}_{ur}) \right] = - \left[ \mathbf{e}_{2a} + (\alpha - \Lambda_{1a}) \mathbf{e}_{a} + \beta \mathbf{e}_{u} + \mathbf{s}_{0} \right]^{T} \Lambda_{2a} F a l_{1a} - \hat{\mathbf{s}}_{0}^{T} \overline{\mathbf{M}}^{-1} \left( \mathbf{q} \right) \mathbf{K} \mathbf{sign}(\hat{\mathbf{s}}_{0}) - \hat{\mathbf{s}}_{0}^{T} \alpha \hat{\mathbf{s}}_{0}$$
(22)

Đạo hàm của hàm Lyapunov (19) xác định được như sau:

$$\dot{V}_{smc} = \dot{V} + \dot{V}_{eso} 
= -\mathbf{e}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{T}} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\Lambda}_{1a})^T \boldsymbol{\Lambda}_{2a} Fal_{1a} - [\mathbf{e}_{2\mathbf{a}} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{e}_{\mathbf{u}} + \mathbf{s}_{\mathbf{0}}]^T \boldsymbol{\Lambda}_{2a} Fal_{1a} 
- \hat{\mathbf{s}}_{0}^T \overline{\mathbf{M}}^{-1} (\mathbf{q}) \mathbf{Ksign}(\hat{\mathbf{s}}_{0}) - \hat{\mathbf{s}}_{0}^T \boldsymbol{\alpha} \, \hat{\mathbf{s}}_{0} + \dot{V}_{eso}$$
(23)

Do  $Fal_{1a}$  là hàm bậc nhất theo  $\mathbf{e}_{\mathbf{a}}$  do đó, nếu chọn  $\alpha > \Lambda_{1a}$  thì  $-\mathbf{e}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{T}}(\alpha - \Lambda_{1a})^T \Lambda_{2a} Fal_{1a} \leq 0$ . Đặt  $\boldsymbol{\chi} = [\mathbf{e}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{T}}, \mathbf{e}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{T}}, \mathbf{e}_{\mathbf{u}}^{\mathbf{T}}, \mathbf{s}_{\mathbf{0}}^{\mathbf{T}}]^{\mathbf{T}}$ , khi đó  $-[\mathbf{e}_{2\mathbf{a}} + \beta \mathbf{e}_{\mathbf{u}} + \mathbf{s}_{\mathbf{0}}]^T < (2 + max(\beta_1, \beta_2)) \| \boldsymbol{\chi} \|_{\infty}$  và  $\mathbf{e}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{T}}(\alpha - \Lambda_{1a})^T < \| \operatorname{diag}(\alpha - \Lambda_{1a}) \|_{\infty} \| \boldsymbol{\chi} \|_{\infty}$ . Ma trận  $\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$  được xác định dựa trên định nghĩa trong phương tình (12):

$$\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{n11} & m_{n12} & m_{n13} \\ m_{n21} & m_{n22} & m_{n23} \\ m_{n31} & m_{n32} & m_{n33} \end{bmatrix}$$
(24)

với  $m_{n11} = m_x + m_y + m\sin\phi^2\cos\theta^2$ ,  $m_{n12} = m\sin\phi\cos\theta\sin\theta$ ,  $m_{n13} = m\sin\phi\cos\theta$ ,  $m_{n21} = m\sin\phi\sin\theta\cos\theta$ ,  $m_{n22} = m_x + m\sin\theta^2$ ,  $m_{n23} = m\sin\theta$ ,  $m_{n31} = m\sin\phi\cos\theta$ ,  $m_{n32} = m\sin\theta$ ,  $m_{n33} = m_l + m$ 

Có thể thấy rằng  $\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$  là ma trận xác định dương, vì vậy với các tham số điều khiển trong  $\alpha$  được chọn đủ lớn sao cho min $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) > (\parallel \operatorname{diag}(\Lambda_{1a}) \parallel_{\infty} + 2 + \max(\beta_1, \beta_2))$ , và dưới điều kiện trong Định lí 1 sẽ tồn tại  $\dot{V}_{smc} \leq 0$ . Khi đó mặt trượt  $\mathbf{s}_0$  bị chặn, do đó áp dụng định lí Barbalat's trong [3] vào bài toán này thì mặt trượt và hệ thống ổn định tiệm cận.

## 4. Kết quả mô phỏng

Trong phần này, mô phỏng được trình bày để xác minh tính khả thi của bộ điều khiển SO-SMC dựa trên ESO cho hệ thống cầu trục 3D. Đồng thời bộ điều khiển PID dựa trên ESO cũng được mô phỏng thêm để so sánh với phương pháp SO-SMC-ESO. Tham số của hệ thống và bộ điều khiển được sử dụng trong mô phỏng như Bảng 1. Không chỉ thế các tiêu chí đánh giá chất lượng của hệ thống dưới 2 bộ điều khiển SO-SMC-ESO

Bảng 1: Tham số của hệ thống và bộ điều khiển

Tham số của hệ thống	Tham số của bộ điều khiển			
$m_x = 12 \text{kg}, m_y = 5 \text{kg},$ $m_l = 2 \text{kg}, m = 1.85 \text{kg}$ $b_x = 20 \text{Nm/s},$ $b_y = 30 \text{Nm/s},$ $b_l = 50 \text{Nm/s}, g = 9.81 \text{m/s}^2$	$\alpha = \text{diag}(22, 38, 6),$ $\beta_1 = -4, \beta_2 = -7,$ $\mathbf{K} = \text{diag}(0.15, 0.15, 0.1),$ $K_I = \text{diag}(100, 95, 110),$ $K_P = \text{diag}(100, 100, 100),$ $K_D = \text{diag}(105, 95, 115).$			

Bảng 2: Tiêu chí chất lượng điều khiển

Tiêu chí	Phương pháp	IE	ITSE	IAE	ITAE
<i>x</i> (m)	PID-ESO	-0.11	-0.62	0.14	0.62
	SO-SMC- ESO	-0.04	-0.12	0.16	0.42
y (m)	PID-ESO	0.04	0.36	0.14	0.59
	SO-SMC- ESO	$8.10^{-3}$	0.1	0.05	0.25
<i>l</i> (m)	PID-ESO	0.22	-0.79	1.73	4.6
	SO-SMC- ESO	0.72	0.36	0.73	0.38
<i>\(\phi\)</i> (rad)	PID-ESO	-0.02	-0.14	0.46	2.315
	SO-SMC- ESO	-0.01	-0.03	0.11	0.49
$\theta$ (rad)	PID-ESO	0.04	0.17	0.36	1.825
	SO-SMC- ESO	-0.025	0.03	0.30	1.307

và PID-ESO được cung cấp trên các tiêu chí Integral error (IE), Integral of Time Multiplied Square Error (ITSE), Integral Absolute error (IAE), và Integral of Time Multiplied Absolute Error (ITAE) cũng được cung cấp trong trong Bảng 2 cho thấy sự hiệu quả của phương pháp đề xuất.

Các kết quả mô phỏng của hai bộ điều khiển SO-SMC dựa trên ESO và bộ điều khiển PID dựa trên ESO được minh họa trong các hình từ Hình 2 - Hình 7



Hình 2: Vị trí của xe con và góc lắc của tải trọng với bộ điều khiển SO-SMC-ESO và PID-ESO



Hình 3: Vị trí tải trọng trong không gian 3D.



Hình 6: vận tốc quan sát và vận tốc thực



Hình 4: Giá trị của đạo hàm hàm Lyapunov.



Hình 5: Lực điều khiển tác động theo phương x,y,l.



Hình 7: Nhiễu tổng quan sát và nhiễu tổng thực

Từ kết quả của Hình 2 cho thấy đáp ứng đầu ra của hệ thống với bộ điều khiển SO-SMC dựa trên ESO khá tốt, thời gian quá độ ngắn (từ 2s đến 3s) và độ quá điều chỉnh rất nhỏ. Còn bộ điều khiển PID dựa trên ESO thời gian quá độ dài hơn, với chuyển động theo trục y và chuyển động của dây cáp thì có độ quá điều chỉnh lớn. Như vậy có thể thấp bộ điều SO-SMC dựa trên ESO có đáp ứng tốt hơn bộ điều khiển PID dựa trên ESO. Hình 3 cho thấp tải trọng đã được di chuyển tới vị trí mong muốn. Các tham số  $\mathbf{K}$ ,  $\alpha$  và  $\Lambda_1$  đã được chọn hợp lý để đảm bảo đạo hàm Lyapunov ( $V_{smc}$ ) xác định âm theo như Định lý 2 được minh họa trong Hình 4. Các kết quả từ Hình 6 và Hình 7 cho thấp bộ quan sát ESO hoạt động tốt và chính xác. Bộ ESO đã ước lượng được đồng thời cả các trạng thái và nhiễu tổng của hệ thống cầu trục 3D.

## 5. Kết luận

Trong bài báo này, bộ điều khiển trượt bậc hai dựa trên bộ quan sát trạng thái mở rộng được thiết kế để điều khiển hệ thống 3-DOC. Bộ điều khiển đề xuất đã giải quyết được vấn đề hiện tượng chattering trong điều khiển trượt và vẫn đảm bảo xe con bám quỹ đạo và tải trọng được nâng với rung lắc nhỏ. Đồng

thời cũng giải quyết được vấn đề nhiễu tác động lên hệ thống và các biến trạng thái của hệ thống không đo được hết bằng cảm biến bằng cách sử dụng bộ quan sát ESO để ước lượng chúng. Bộ điều khiển được đảm bảo ổn định trong vòng kín và được kiểm chứng chất lượng thông qua các kết quả mô phỏng. Trong thời gian tới, các thí nghiệm trên mô hình thực nghiệm sẽ được thực hiện cho bộ điều khiển này, để xác minh tính đúng đắn và khả năng ứng dụng của bộ điều khiển vào thực tế.

#### Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Đai học Bách khoa Hà Nôi (HUST) trong đề tài mã số T2022-PC-003.

#### Tài liêu tham khảo

- [1] Tuan, Le Anh, et al. Second-order sliding mode control of a 3D overhead crane with uncertain system parameters. International journal of precision engineering and manufacturing, 2014, 15: 811-819.
- Almutairi, Naif B.; ZRIBI, Mohamed. Sliding mode control of a threedimensional overhead crane. Journal of vibration and control, 2009, Slotine, Jean-Jacques E., et al. Applied nonlinear control. Englewood
- [3] Cliffs, NJ: Prentice hall, 1991.
- [4] Yang, Jung Hua, and Kuang Shine Yang. Adaptive coupling control for overhead crane systems. Mechatronics 17.2-3 (2007): 143-152
- [5] Ma, Bojun, Yongchun Fang, and Xuebo Zhang. Adaptive tracking control for an overhead crane system. IFAC Proceedings Volumes 41.2 (2008): 12194-12199.
- [6] Shen, Ping-Yen, Julia Schatz, and Ryan James Caverly. Passivity-based adaptive trajectory control of an underactuated 3-DOF overhead crane. Control Engineering Practice 112 (2021): 104834.
- [7] Shyu, Kuo-Kai, Cheng-Lung Jen, and Li-Jen Shang. Design of slidingmode controller for anti-swing control of overhead cranes. 31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005.. IEEE, 2005.
- [8] Chen, Qingrong, et al. Partial state feedback sliding mode control for double-pendulum overhead cranes with unknown disturbances. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science 236.8 (2022): 3902-3911.
- [9] Tuan, Le Anh, et al. Combined control with sliding mode and partial feedback linearization for 3D overhead cranes. International Journal of Robust and Nonlinear Control 24.18 (2014): 3372-3386.
- [10] S. Li, H. Sun, J. Yang, X. Yu. Continuous finite-time output regulation for disturbed systems under mismatching condition. IEEE Trans. Autom. Control 60 (1) (2015) 277–282.
- [11] Y. Qian, Y. Fang. Switching logic-based nonlinear feedback control of offshore ship-mounted tower cranes: a disturbance observer-based approach. IEEE Trans. Autom. Sci. Eng. 16 (3) (2019) 1125-1136.
- [12] Zhu, Fanglai, and Yu Shan. Anti-Disturbance State Feedback Controller Based on Disturbance Reconstruction for Underactuated Over-head Crane. IFAC-PapersOnLine 53.2 (2020): 4151-4156.
- [13] Lu, Biao, Yongchun Fang, and Ning Sun. Sliding mode control for underactuated overhead cranes suffering from both matched and unmatched disturbances. Mechatronics 47 (2017): 116-125.
- [14] Park, Mun-Soo, Dongkyoung Chwa, and Myunghwan Eom. Adaptive sliding-mode antisway control of uncertain overhead cranes with high-speed hoisting motion. IEEE Transactions on Fuzzy Systems 22.5 (2014): 1262-1271.
- [15] Wu, Xianqing, Kexin Xu, and Xiongxiong He. Disturbance-observerbased nonlinear control for overhead cranes subject to uncertain disturbances. Mechanical systems and signal processing 139 (2020): 106631.
- [16] Duong, Le Van, and Le Anh Tuan. "Modeling and observer-based robust controllers for telescopic truck cranes." Mechanism and Machine Theory 173 (2022): 104869.
- Tuan, Le Anh, Quang Ha, and Pham Van Trieu. "Observer-based non-[17] linear robust control of floating container cranes subject to output hysteresis." Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 141.11 (2019)
- [18] Zhao, Ling, Haiyan Cheng, and Tao Wang. "Sliding mode control for a two-joint coupling nonlinear system based on extended state observer.' ISA transactions 73 (2018): 130-140.