

## Điều khiển tối ưu theo tác động nhanh và cực tiểu năng lượng tiêu thụ ở quá trình gia nhiệt cảm ứng định kỳ của phôi kim loại hình trụ

## Optimal control according to the rapid and minimum impact of energy consumed during periodic induction heating of cylindrical metal

Nguyễn Tiến Dũng<sup>1</sup>, Pleshivtseva J. E.<sup>2</sup>, Nguyễn Thanh Hùng<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Hội Tự động hoá Việt Nam, <sup>2</sup>Samara State Technical University, <sup>3</sup>SovicoHoldings

\* Email: [tiendung.bmstu@bk.ru](mailto:tiendung.bmstu@bk.ru)

### Abstract

The object of research is the process of periodic induction heating of steel cylindrical workpieces before pressure processing. A two-dimensional numerical model of the process in the finite element package FLUX for interrelated electromagnetic and thermal analysis has been built. Problems of optimal control in terms of speed and minimum power consumption are formulated and solved. The solution of the problems was done on the basis of the alternance optimization method, developed by the Vietnamese-Russian team of scientists at the Samara State Technical University-Russia.

**Keywords:** *periodic induction heating; optimal control; high-speed performance; minimum energy consumption; numerical model; alternance method.*

### Abbreviations

IHE	Induction Heating Equipment
MIHP	Metal Induction heating Process
OCP	Optimal Control Problems
SIOP	Semi-Infinite Optimization Problem

### Tóm tắt

Đối tượng nghiên cứu là quá trình gia nhiệt cảm ứng định kỳ của phôi thép hình trụ trước khi xử lý áp lực. Mô hình số hai chiều của quá trình được tạo ra trong gói phần mềm FLUX để phân tích sự tương tác lẫn nhau giữa trường nhiệt và trường điện từ. Các vấn đề tối ưu theo tiêu chí tác động nhanh và tối thiểu mức tiêu thụ năng lượng, được đặt ra và giải quyết. Việc giải quyết vấn đề được thực hiện trên cơ sở phương pháp *alternance* tối ưu hóa, được phát triển bởi nhóm các nhà khoa học quốc tế Việt – Nga tại đại học kỹ thuật quốc gia Samara-Liên bang Nga.

### 1. Phần mở đầu

Trong ngành công nghiệp gia công nóng để chế tạo các sản phẩm cơ khí thì công đoạn xử lý áp lực cho phôi kim loại chỉ được thực hiện ngay sau khi phôi kim loại được gia nhiệt đến một nhiệt độ xác định.

Việc gia nhiệt phôi kim loại hiện nay trong công nghiệp, chủ yếu sử dụng năng lượng điện thông qua thiết bị gia nhiệt có điều khiển và chi phí cho việc gia nhiệt phôi kim loại chiếm một phần đáng kể trong giá thành của sản phẩm cơ khí. Vì thế, vấn đề đặt ra là cần thiết phải giảm thời gian thực cho quá trình gia nhiệt phôi kim loại.

Trên cơ sở tính chất nhiệt lý của phôi kim loại [5], thấy rằng, quán tính nhiệt và cảm ứng điện từ là hai tính chất chính cần sử dụng cho quá trình gia nhiệt theo hướng tăng tính tác động nhanh gia nhiệt và giảm thời gian thực quá trình gia nhiệt, sao cho đạt được sự đồng đều về nhiệt trong toàn thể tích của phôi kim loại với nhiệt độ nóng mong muốn xác định. Đó chính là vấn đề của OCP.

Sự cần thiết giải quyết OCP quá trình gia nhiệt cảm ứng của phôi kim loại trước khi xử lý áp lực có liên quan trực tiếp trong việc nâng cao hiệu quả kinh tế của quá trình sản xuất. Vấn đề đạt được các chỉ số chất lượng tốt nhất của quá trình gia nhiệt, có thể được giải quyết bằng cách tối ưu hóa các chế độ vận hành và đặc tính kỹ thuật của IHE định kỳ theo các tiêu chí tối ưu tương ứng.

Như vậy, cần xây dựng các bài toán điều khiển tối ưu quá trình gia nhiệt cảm ứng định kỳ của phôi kim loại theo hai tiêu chí sau:

- tính tác động nhanh cao nhất cho gia nhiệt;
- tối thiểu chi phí năng lượng để gia nhiệt.

Cơ sở lý thuyết trong [5; 6; 7] đã chỉ ra khá rõ cách giải quyết OCP, nhưng đến nay chưa nhiều công bố khoa học về việc giải các biểu thức toán học đã có bằng cách ứng dụng các công cụ mới, để cho ra kết quả với mẫu phôi kim loại xác định.

Hai nhiệm vụ này được nhóm tác giả thực hiện bài viết này giải quyết bằng phương pháp gia nhiệt định kỳ phôi kim loại trên thiết bị cảm ứng điện từ có điều khiển số, với:

- MIHP của phôi kim loại được mô tả bằng mô hình toán học hai chiều số, được phát triển trong gói phần tử hữu hạn FLUX (CEDRAT);

- thiết lập và giải bài toán tối ưu theo chi phí năng lượng và tính tác động nhanh của điều khiển cho IHE tác động định kỳ;
- thí dụ tính toán tối ưu tác động nhanh và chi phí năng lượng cho quá trình gia nhiệt cảm ứng của phôi kim loại hình trụ với kích thước thực được giới thiệu, cùng các phân tích so sánh các kết quả thu được, cũng được đưa ra trong bài viết, qua đó góp phần: làm rõ các vấn đề giữa các tham số của OCP cho quá trình gia nhiệt phôi kim loại; hoàn thiện (cấu trúc vật lý và phần mềm) cho thiết bị gia nhiệt cảm ứng điều khiển số.

## 2. Nội dung chính

### 2.1. Mô hình toán học của quá trình gia nhiệt cảm ứng định kỳ

$$\frac{\partial \{ \mu_a [H(l, y, t), T] H(l, y, t) \}}{\partial t} - \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{1}{\sigma(T)} \frac{\partial H(l, y, t)}{\partial l} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\sigma(T)} \frac{\partial H(l, y, t)}{\partial y} \right) = 0$$

(1)

$$c(T) \gamma(T) \frac{\partial T(l, y, t)}{\partial t} = \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial l} \left[ \lambda(T) l \frac{\partial T(l, y, t)}{\partial l} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T(l, y, t)}{\partial y} \right] + \frac{1}{\sigma(T)} \left[ \frac{\partial H(l, y, t)}{\partial l} \right]^2 \quad (2)$$

$$0 < l < R; 0 < y < L; 0 < t \leq t^0$$

với các điều kiện biên:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H(0, y, t)}{\partial l} &= 0; \\ H(R, y, t) &= H_L; \\ H(l, 0, t) &= H_{R1}; \\ H(l, L, t) &= H_{R2} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T(0, y, t)}{\partial l} &= 0; \\ \lambda(T) \frac{\partial T(R, y, t)}{\partial l} &= -\alpha(T) [T(R, y, t) - T_a]; \\ \lambda(T) \frac{\partial T(l, 0, t)}{\partial y} &= \alpha(T) [T(l, 0, t) - T_a]; \\ \lambda(T) \frac{\partial T(l, L, t)}{\partial y} &= -\alpha(T) [T(l, L, t) - T_a] \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

ở đây  $l, y$  – tọa độ không gian xuyên tâm và trục, tương ứng;  $L$  – chiều dài;  $R$  – bán kính;  $H(l, y, t)$  – cường độ trường từ;  $\mu_a(H, T)$  – độ thấm từ tuyệt đối;  $T(l, y, t)$  – sự phân bố nhiệt độ theo không gian-thời gian trong thể tích của phôi;  $\sigma(T)$ ,  $c(T)$ ,  $\gamma(T)$ ,  $\lambda(T)$

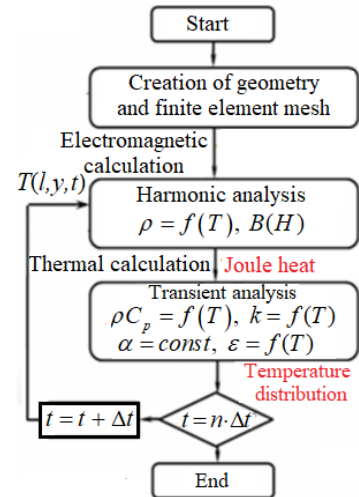
– tương ứng với các giá trị riêng của độ dẫn điện, nhiệt dung; mật độ và hệ số dẫn nhiệt của kim loại được gia nhiệt;

$\sigma(T)$  – hệ số truyền nhiệt của môi trường xung quanh phôi kim loại được gia nhiệt;  $T_a$  – nhiệt độ của môi trường xung quanh phôi kim loại được gia nhiệt.

Việc giải hệ thống phức tạp các phương trình phi tuyến tính hai chiều này (1)-(4), có thể được với chỉ bằng phương pháp số. Để mô phỏng số đối với IHE, cần sử dụng gói phần mềm phần tử-hữu hạn chuyên dụng FLUX, được dùng để phân tích

các quá trình điện từ và nhiệt có nhiều tham số và có thuật toán như trình bày **H. 1**.

Từ **H. 1** thấy rằng, thuật toán mô phỏng quá trình giải các vấn đề điện từ và nhiệt lý là sự nối tiếp của các quá trình lập, gồm các phân tích điện từ điều hòa và phân tích quá độ nhiệt [1; 6; 7].



**H. 1.** Thuật toán mô phỏng trong gói FLUX

### 2.2. Thiết lập bài toán tối ưu về chi phí năng lượng và tác động nhanh cho điều khiển IHE tác động định kỳ

Để giải OCP sự gia nhiệt cảm ứng định kỳ cho phôi kim loại hình trụ, mà quá trình đó được mô tả bởi các phương trình phi tuyến tính (1)-(2) với các điều kiện biên (3)-(4), thì chúng tôi giả định đối tượng được điều khiển có tham số phân tán (mà trạng thái của nó được đặc trưng bởi sự phân tán theo không gian và thời gian của tham số nhiệt độ  $T(l, y, t)$  theo thể tích của phôi kim loại hình trụ [2; 4]).

Tác động điều khiển tập trung được lấy là điện áp cảm ứng  $u(t)$ , mà nó được kết nối với các hàm phi tuyến tính  $f[H(l, y, t)]$  và  $T(l, y, t)$  có cường độ trường từ trên bề mặt phôi kim loại hình trụ được gia nhiệt và tuân theo các ràng buộc:

$$0 \leq u(t) \leq u_{\max}, t \in (0; t^0). \quad (5)$$

Tiêu chuẩn tối ưu bảo đảm hiệu suất cao nhất của IHE định kỳ, có thể lấy là thời gian tối thiểu cho gia nhiệt của phôi kim loại đạt đến nhiệt độ yêu cầu:

$$J_1 = \int_0^{t^0} t dt = t^0 \rightarrow \min. \quad (6)$$

Trong một vài trường hợp, ở một số tài liệu có đưa ra tiêu chí tối ưu là năng lượng dùng để gia nhiệt và tiêu chí này tuân theo:

$$J_2 = \int_0^{t^0} P(t) dt \rightarrow \min, \quad (7)$$

ở đây  $P(t)$  – quy luật thay đổi theo thời gian của công suất của IHE và nó phụ thuộc vào bình phương  $u(t)$ , điều đó cho phép viết tiêu chuẩn (7) ở dạng:

$$J_3 = \int_0^0 u^2(t) dt \rightarrow \min. \quad (8)$$

Đặt điều kiện ban đầu cho nhiệt độ phân tán theo thể tích hình trụ của phôi kim loại tại thời điểm  $t = 0$ :

$$\begin{cases} T(l, y, t) = T(l, y, 0) = T_0(l, y); \\ l \in [0, R]; y \in [0, L] \end{cases}, \quad (9)$$

mà trong trường hợp đơn giản có thể lấy:

$$T_0(l, y) = \text{const}.$$

Độ chính xác gần đúng của kết quả sự phân bố nhiệt độ đối với nhiệt độ yêu cầu  $T^*$  được đánh giá theo giá trị cực đại  $\varepsilon_0$  (là sai lệch nhiệt độ tuyệt đối trong giới hạn của vùng không gian bị chiếm bởi phôi kim loại), theo phép đo Chebyshev sẽ là:

$$\max_{\substack{l \in [0, R] \\ y \in [0, L]}} |T(l, y, t^0) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (10)$$

Bài toán tối ưu tính tác động nhanh của việc điều khiển IHE tác động định kỳ, được quy về việc tìm kiếm quy luật thay đổi theo thời gian của tác động điều khiển  $u(t) = u_{opt}(t)$ , mà nó bị ràng buộc chặt bởi các ràng buộc (5), điều đó bảo đảm chuyển đổi trạng thái (1)-(4) từ trạng thái ban đầu (9) về tập mục tiêu xác định (10) tại giá trị tối thiểu của tiêu chuẩn tối ưu (6) [4].

Bài toán tối ưu về chi phí năng lượng trong điều khiển IHE tác động định kỳ được thiết lập tương tự bài toán tối ưu tác động nhanh và sử dụng tiêu chuẩn tối ưu (8).

### 2.3. Giải bài toán tối ưu tính tác động nhanh và chi phí năng lượng của điều khiển của IHE tác động định kỳ

Để xét mô hình hai chiều phi tuyến tính của quá trình gia nhiệt cảm ứng của kim loại thì một cách hợp lý là đưa ra các kết luận công bằng về đặc tính rơ le của sự thay đổi theo thời gian của tác động điều khiển  $u_{opt}(t)$  tối ưu theo tiêu chí (6) và (8),

điều này cho phép viết nó ở dạng  $\Delta^{(N)}$ , mà  $\Delta^{(N)}$  là đại diện tham số ở dạng hàm thời gian không đổi từng phần [2]; [4]; [6]:

$$\left. \begin{aligned} u_{opt}(t) &= \frac{u_{max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}]; \\ \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < t < \sum_{i=1}^j \Delta_i, j = \overline{1, N} \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

có tính luân phiên lưu trữ các giới hạn cho phép của bản thân theo (5), giá trị được xác định chắc chắn với độ chính xác đến số lượng  $N$  và thời lượng  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$  là khoảng thời gian không đổi của chúng, đóng vai trò tham số tìm kiếm và chỉ phụ thuộc vào độ chính xác gia nhiệt  $\varepsilon_0$  trong (10).

Với tác động điều khiển dạng (11) thì trường nhiệt ở cuối quá trình gia nhiệt khi  $t = t^0$  có tính chất: tại điểm bất kỳ  $\{(l, y), l \in [0, R], y \in [0, L]\}$  với điều kiện nhiệt độ ban đầu cho trước và biết tổng thất nhiệt thì nhiệt độ của nó chỉ phụ thuộc vào độ rộng  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ , tức sự phụ thuộc  $T(l, y, \Delta)$  được mô tả.

Để đơn giản hóa việc giải bài toán tối ưu, thì ở bước đầu tiên, chúng tôi giả định yêu cầu (10) cho phân bố nhiệt độ cuối cùng trên mặt cắt của phôi kim loại là tại điểm trung tâm của phôi kim loại, tức tại điểm  $y = L/2$ .

Trong trường hợp này, OCP theo tiêu chí tác động nhanh được đưa về việc xác định độ rộng  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$  xen kẽ các khoảng thời gian gia nhiệt và sự cân bằng nhiệt độ, mà chúng bảo đảm thực hiện điều kiện:

$$\Phi(\Delta) = \max_{\substack{l \in [0, R] \\ y \in [0, L]}} |T(l, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (12)$$

vì thời gian tối thiểu cho phép là (đương nhiên) bằng tổng tất cả các  $\Delta_i$ , nên khi đó, tiêu chuẩn tối ưu được coi là tổng các  $\Delta_i$ :

$$\sum_{i=1}^N \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta}. \quad (13)$$

Với các giả định và lập luận nêu trên, đã đưa bài toán ban đầu chuyển thành việc xác định tối thiểu hàm mục tiêu (13) có  $N$  biến  $\Delta_i$  với giới hạn cho trước trên tập các giá trị  $\Delta_i$  cho phép trong bất đẳng thức (12).

Đối với điều khiển theo điện áp thì năng lượng tiêu thụ chỉ xảy ra trên khoảng giá trị cho phép cực đại của tác động điều khiển  $u_{opt} = u_{max}$ , giá trị năng lượng tiêu thụ được mô tả bởi tiêu chí (8) thì có thể được đánh giá bằng tiêu chí tương đương, là tổng thời lượng các khoảng thời gian lẻ của tác động điều khiển. Điều này cho phép thực hiện đơn giản hóa bài toán điều khiển tối ưu về SIOP ở mức làm tối thiểu hàm:

$$\sum_{i=1, 3, 5, \dots, N_1}^{N_1} \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta}, \quad (14)$$

$N_1 = N$  đối với  $N$  lẻ và  $N_1 = N - 1$  đối với  $N$  chẵn của số lượng hữu hạn  $N$  các biến  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$  với số lượng vô hạn các giới hạn, được mô tả ở dạng yêu cầu (12), là trạng thái cuối cùng của đối tượng.

SIOP (12); (13) và (12); (14) có thể được giải bằng phương pháp *alternance* tối ưu hóa hệ thống có tham số phân tán và tính đến đặc tính chất lượng đã biết của trường nhiệt khi kết thúc quá trình tối ưu của sự gia nhiệt, được tính toán theo các mô hình điện nhiệt số hai chiều và được phát triển trong gói phần mềm FLUX ở điều khiển dạng (12).

Điều khiển tối ưu  $\Delta^0 = (\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0)$ , là giải pháp xem xét bài toán tác động động nhanh (12); (13) được xét, nó khác với tất cả các  $N$  khác, với  $N$  khác là khoảng thời gian của sự điều khiển hoàn chỉnh bởi độ rộng  $\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0$  được xác

định và không đổi. Giá trị tối ưu  $\Delta^0$  của vector  $\Delta$  cho biết sự phân bố không gian của nhiệt độ  $T(L, \Delta^0)$  khi kết thúc quá trình gia

nhiệt tối ưu, mà quá trình đó thỏa mãn giới hạn (12).

Nó chỉ ra rằng, sự phân bố của nhiệt độ  $T(L, \Delta^0)$  khác biệt với tất cả các trạng thái kết thúc khác của nhiệt độ  $T(L, \Delta)$

khi  $\Delta \neq \Delta^0$  bởi một số tính chất, mà phương pháp *alternance* được lấy làm cơ sở. Tính chất chính của kết quả sự phân bố  $T(L, \Delta^0)$  là ở chỗ, số lượng  $K$  điểm  $l_j^0$  theo thể tích của

phôi kim loại được gia nhiệt (tức là trên đoạn cắt  $[0, R] \in l$  thì thường không nhỏ hơn số lượng của tham số tìm kiếm của quá trình tối ưu (với điều kiện trong khuôn khổ giả định cho phép thì bỏ qua sự không đồng đều của phân bố nhiệt theo chiều dài phôi), mà trong nó, các sai lệch tuyệt đối cho phép đạt

được của các nhiệt độ  $T(L, \Delta^0)$  so với nhiệt độ yêu cầu  $T^*$  (đều bằng  $\varepsilon_0$ ). Khi này, các sai lệch  $T(l_j^0, \Delta^0) - T^*$  lớn nhất cho phép của nhiệt độ cuối cùng so với nhiệt độ yêu cầu ở (12) sẽ xuất hiện với các dấu khác nhau cho mỗi cặp điểm  $l_j^0$  phân bố liên tiếp, tức là các sai lệch này có dấu hiệu xen kẽ giữa các điểm  $l_j^0$ , ở đó

$$0 \leq l_1^0 < l_2^0 < \dots < l_k^0 \leq R,$$

tức có tính *alternance*.

Những dẫn giải nêu trên đã được chứng minh trong [3; 4], cho phép viết hệ thống quan hệ sau:

$$\begin{cases} T(l_j^0, \Delta^0) - T = (-1)^j \psi \varepsilon_0, j=1, 2, \dots, K; \Delta^0 = (\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0), \psi = \pm 1 \\ 0 \leq l_1^0 < l_2^0 < \dots < l_k^0 \leq R; K = \begin{cases} N, & \text{if } \varepsilon_{\min}^{(N)} < \varepsilon < \varepsilon_{\min}^{(N-1)} \\ N+1, & \text{if } \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(N)} \end{cases} \end{cases} \quad (15)$$

Ở đây  $\varepsilon_{\min}^{(N)}$  – giới hạn của các kết quả sai lệch nhiệt độ cho phép so với đặt trước ở cách tác động điều khiển với  $N$  có thời lượng không đổi, và các giới hạn này giảm dần theo dãy bất đẳng thức:

$$\varepsilon_{\min}^{(1)} > \varepsilon_{\min}^{(2)} > \dots > \varepsilon_{\min}^{(N)} > \varepsilon_{\min}^{(N+1)} > \dots > \varepsilon_{\min}^{(N^*)} = \varepsilon_{\inf} \geq 0 \quad (16)$$

ở đây  $\varepsilon_{\inf}$  – giới hạn độ chính xác đạt được của sự gia nhiệt ở cách điều khiển từng phần không đổi dạng (11) với số lượng bất kỳ của thời lượng không đổi.

Có thể chỉ ra (theo [3]; [4]) rằng, cho mô hình được xét của quá trình gia nhiệt có các mô hình toán học dạng (1)-(4) thì số lượng  $N$  của các thời lượng không đổi  $u_{opt}(t)$  chịu sự ràng buộc rõ ràng với giá trị  $\varepsilon_0$  nhất định theo nguyên tắc sau:

$$N = S \text{ cho tất cả } \varepsilon_0 : \varepsilon_{\min}^{(S)} \leq \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(S-1)} \quad (17)$$

đặt  $N$  theo vị trí  $\varepsilon_0$  trong chuỗi bất đẳng thức (16).

Sau đó, dựa trên các đề xuất vật lý đã biết về cấu hình không gian của sự phân bố nhiệt độ  $T(L, \Delta^0)$  khi kết thúc tối ưu về điều khiển tác động nhanh, thì tính chất (15) cùng với điều kiện tồn tại các cực tiểu của sự khác biệt  $T(l, \Delta^0) - T^*$  tại tất cả các điểm, ngoại trừ giới hạn, có thể được viết ở dạng hệ thống phương trình. Hệ thống này là kín đối với tất cả các tham số chưa biết của quá trình tối ưu, và việc giải nó là bằng cách giải bài toán tác động nhanh ban đầu.

Việc sử dụng phương pháp *alternance* ở bài toán cực tiểu chi phí năng lượng trong quá trình gia nhiệt có sự khác biệt về thực chất đáng kể [4].

Trong bài toán này, các tính chất cơ bản của kết quả sự phân bố nhiệt độ khi kết thúc tối ưu về quá trình chi phí năng lượng vẫn được giữ lại, mà cụ thể là *vector* đặc trưng  $\Delta^0$  (của quá trình chi phí năng lượng) của lời giải tối ưu của SIOP (14), (12), mà trong trường hợp tổng quát thì *vector* này khác biệt với *vector* tương ứng của lời giải tối ưu trong bài toán tác động nhanh, được rút gọn cho SIOP (13), (12).

Tuy nhiên, trong bài toán cực tiểu chi phí năng lượng thì không diễn ra tính chất *alternance* của kết quả phân bố nhiệt độ khi kết thúc quá trình tối ưu và nguyên tắc (17) được thiết lập trong phương pháp *alternance* để chọn ra số lượng  $N$  (thời lượng không đổi) tối ưu theo điều khiển chi phí năng

lượng. Ngoài ra, các kết luận đã biết về cấu hình không gian của sự phân bố nhiệt độ khi kết thúc điều khiển tối ưu theo tác động nhanh và các biện minh theo sau chúng để thiết lập các hệ thống phương trình tính toán thì không thể mở rộng cho các thuật toán điều khiển tiết kiệm năng lượng [4; 6; 7].

#### 2.4 Tính toán tối ưu tác động nhanh và chi phí năng lượng tối thiểu của quá trình gia nhiệt định kỳ cho phôi kim loại hình trụ

Xem xét một thí dụ cụ thể cho quá trình gia nhiệt cảm ứng từ đầu đến cuối trên tần số 2300Hz của phôi kim loại hình trụ có đường kính 105mm và chiều dài 900mm, được gia nhiệt đến 1200°C. Điện áp lớn nhất  $u_{\max} = 470V$ .

Các tham số điện từ và nhiệt vật lý của quá trình được thiết lập với nhau theo mối quan hệ sau:

$$B(H) = \mu_0 H + 2 \frac{H_a + 1 - \sqrt{(H_a + 1)^2 - 4H_a(1-0.4)}}{2(1-0.4)} T; H_a = \mu_0 H \frac{600T-1}{2}, \quad (18)$$

ở đây  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hz} / \text{m}$ .

$$\rho(T) = 2.5 \cdot 10^{-7} (1 + 0.004T); \quad (19)$$

$$\lambda(T) = 40(1 - 0.25 \cdot 10^{-3} T); \quad (20)$$

$$\rho C_p(T) = 0.468 \cdot 10^{-7} - 0.078 e^{-\frac{T}{500}} + 0.12 \cdot 10^{10} \cdot \frac{1}{30\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{T-760}{30} \right)^2} \quad (21)$$

ở đây  $B(H)$  – đường cong từ hóa;  $\rho(T)$  – điện trở suất (Om);  $\lambda(T)$  – độ dẫn nhiệt ( $\text{W/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ );  $\rho C_p(T)$  – mật độ năng lượng thể tích ( $\text{J/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ ) [5].

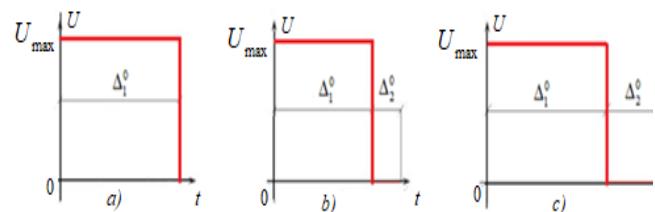
Bài toán tối ưu của tác động nhanh được giải cho 3 giá trị khác nhau của độ chính xác của sự gia nhiệt:

$$\varepsilon_{\min}^{(1)}, \varepsilon_{\min}^{(2)} \text{ và } \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}.$$

Đối với tính chính xác gia nhiệt, tương ứng  $\varepsilon_{\min}^{(1)}$ , nhờ phương pháp *alternance*, điều khiển tối ưu có một khoảng gia nhiệt với giá trị điện áp lớn nhất  $u_{opt}(t) = u_{\max}$  và thời lượng  $\Delta_1^0$ .

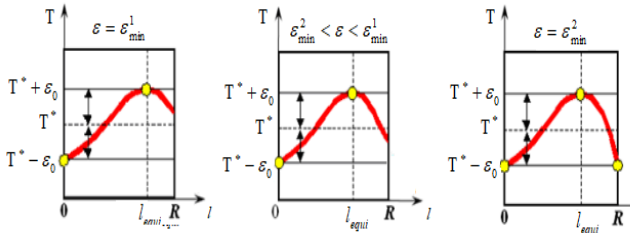
Đối với hai trường hợp khác thì điều khiển tối ưu là hai khoảng, ngay sau khoảng gia nhiệt đầu tiên tiên tại  $u_{opt}(t) = u_{\max}$  sẽ là khoảng cân bằng nhiệt tại  $u_{opt}(t) = 0$  với thời lượng  $\Delta_2^0$ . Các hệ thống phương trình tương ứng có thể được viết, ở dạng (22) cho  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ , ở dạng (23) cho  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$  và ở dạng (24) cho  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ .

Dạng tổng quát của các thuật toán điều khiển được trình bày trên **H. 2**, còn các đường cong điển hình của sự phân bố nhiệt độ hướng xuyên tâm cuối cùng được trình bày trên **H.3**



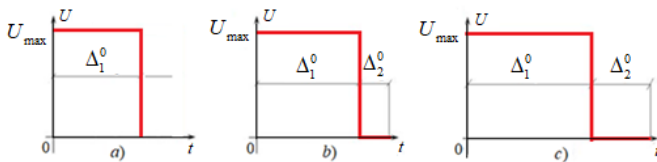
**H. 2.** Các thuật toán điều khiển ở bài toán tối ưu tác động nhanh:

a)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; b)  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; c)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$



**H. 3.** Các dạng diễn hình của sự phân bố nhiệt độ theo hướng xuyên tâm khi kết thúc điều khiển tối ưu theo tác động nhanh của quá trình gia nhiệt định kỳ

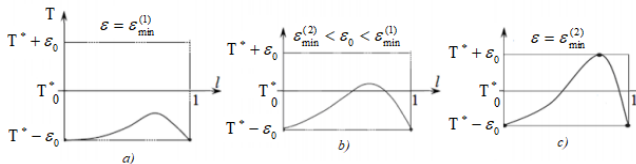
Khi giải OCP theo tiêu chí cực tiểu năng lượng tiêu thụ thì cần lưu ý rằng, độ chính xác gia nhiệt ở  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$  thì thuật toán điều khiển tối ưu sẽ khác đáng kể thuật toán điều khiển tối ưu theo tác động nhanh [4]. Thay vì thuật toán khoảng đơn trong bài toán tác động nhanh, thuật toán tối ưu điều khiển chi phí năng lượng sẽ là khoảng kép, gồm khoảng gia nhiệt với thời lượng  $\Delta_1^0$  khi  $u_{opt.}(t) = u_{\max}$  và khoảng cân bằng nhiệt với thời lượng  $\Delta_2^0$  khi  $u_{opt.}(t) = 0$  (H. 4a)



**H. 4.** Các thuật toán điều khiển ở bài toán điều khiển tối ưu theo tối thiểu năng lượng tiêu thụ của quá trình gia nhiệt:

a)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; b)  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; c)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$

Có thể thấy rằng, trong trường hợp này, kết quả sự phân bố nhiệt khi kết thúc quá trình tối ưu theo năng lượng tiêu thụ là H. 5a, được đặc trưng bởi độ nóng tối đa cho phép ở trung tâm của phôi kim loại được gia nhiệt và độ nóng trên bề mặt của nó.



**H. 5.** Các dạng diễn hình của sự phân bố nhiệt độ xuyên tâm khi kết thúc tối ưu theo tiêu thụ năng lượng của quá trình gia nhiệt

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0, t) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)} \\ T(l_{equi}, \Delta_1^0, t) - T^* = \varepsilon_{\min}^{(1)} \\ \partial T(l_{equi}, \Delta_1^0, t) / \partial t = 0 \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_0 \\ T(l_{equi}, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = \varepsilon_0 \\ \partial T(l_{equi}, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) / \partial t = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)} \\ T(l_{equi}, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = \varepsilon_{\min}^{(2)} \\ T(1, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)} \\ \partial T(l_{equi}, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) / \partial t = 0 \end{cases} \quad (24)$$

Lưu ý rằng, trong trường hợp này thì nhiệt độ lớn nhất cuối cùng sẽ không đạt đến giá trị giới hạn cho phép của bản thân phôi kim loại [4].

Các thuật toán, tối ưu theo tác động nhanh và năng lượng tiêu thụ sẽ chỉ trùng nhau ở độ chính xác gia nhiệt  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ , mà tại đó sẽ tương ứng với khả năng duy nhất cho cấu hình không gian của kết quả phân bố nhiệt độ (H. 5c).

Từ H. 5c, thấy rằng, trường hợp này được đặc trưng bởi sự gia nhiệt quá nóng cho phép ở tâm của phôi gia nhiệt và trên bề mặt của nó. Tuy nhiên, trong trường hợp này, nhiệt độ cuối cùng, mà nó đạt được ở một vài điểm cũng đạt đến giá trị giới hạn [4].

Các hệ thống điều khiển cho mỗi trường hợp các giá trị được xét của độ chính xác gia nhiệt:

$$\varepsilon_{\min}^{(1)}; \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)} \text{ và } \varepsilon_{\min}^{(2)},$$

được viết ở dạng (25); (26); (27) tương ứng.

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)} \\ T(1, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)} \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_0 \\ T(1, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_0 \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)} \\ T(l, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = \varepsilon_{\min}^{(2)} \\ T(1, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)} \\ \partial T(l, \Delta_1^0, \Delta_2^0, t) / \partial t = 0 \end{cases} \quad (27)$$

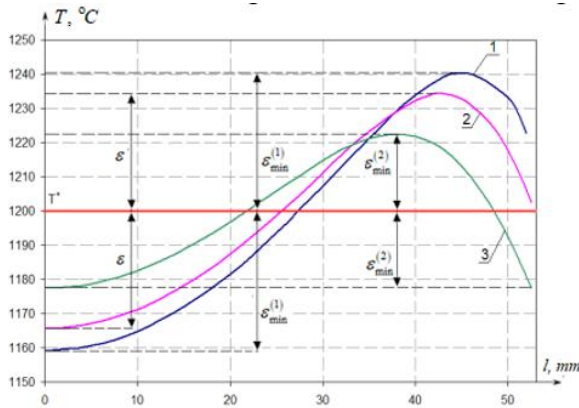
Kết quả giải bài toán tác động nhanh (giá trị độ chính xác gia nhiệt  $\varepsilon_0$ , khoảng thời gian và khoảng cách của sự gia nhiệt  $\Delta_1^0$  và hạ nhiệt  $\Delta_2^0$ ) và năng lượng tiêu thụ nhỏ nhất (giá trị độ chính xác gia nhiệt  $\varepsilon_0$ , thời lượng của khoảng gia nhiệt và hạ nhiệt,  $\varepsilon_0$ , khoảng thời gian và khoảng cách của sự gia nhiệt  $\Delta_1^0$  và hạ nhiệt  $\Delta_2^0$ , giá trị công suất cảm ứng trong phôi kim loại  $E_{ind}$ ), thu được nhờ mô hình số, được trình bày ở Bảng 1

**Bảng 1.** Các kết quả giải bài toán tác động nhanh và năng lượng tiêu thụ nhỏ nhất

	The optimal parameter according to the fast impact of heating process				The optimal parameters according to energy consumption of heating process			
	$\varepsilon_0, ^\circ C$	$\Delta_1^0, sec$	$\Delta_2^0, sec$	$E_{ind}, KJ$	$\varepsilon_0, ^\circ C$	$\Delta_1^0, sec$	$\Delta_2^0, sec$	$E_{ind}, KJ$
$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$	40	515	-	24736	40	507	10	24336
$\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$	34,3	517	3	24739	29,8	515	9	24577
$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$	22,5	520	9	24696	22,5	520	9	24696

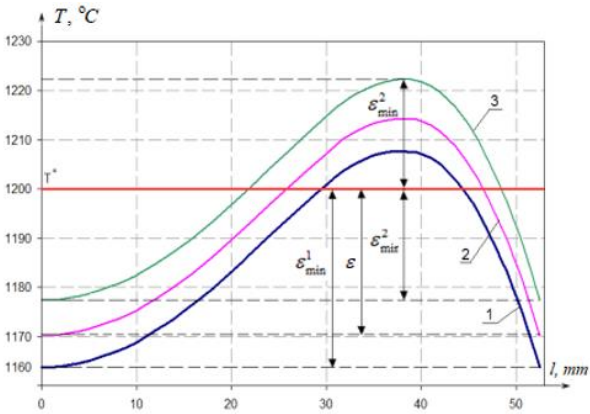


Các phân bố nhiệt độ xuyên tâm cho mỗi trường hợp được xem xét của việc giải các bài toán tác động nhanh tối ưu, được trình bày trên **H. 6** và cực tiểu năng lượng tiêu thụ, được trình bày trên **H. 7**.



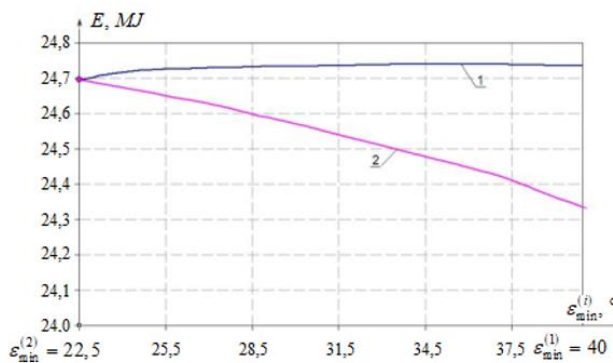
**H. 6.** Các phân bố nhiệt độ xuyên tâm khi kết thúc tối ưu theo tác động nhanh của quá trình gia nhiệt:

1)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; 2)  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; 3)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$



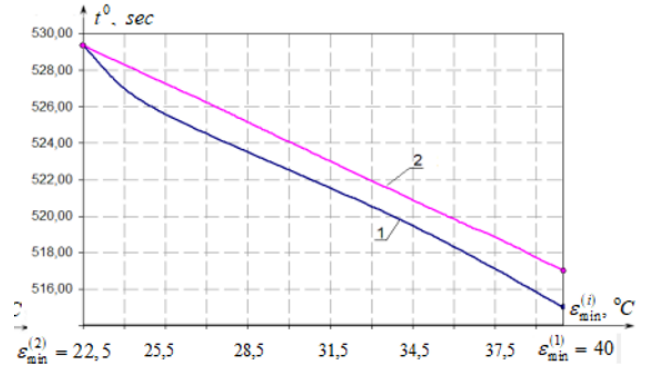
**H. 7.** Các phân bố nhiệt độ xuyên tâm khi kết thúc tối ưu theo năng lượng tiêu thụ của quá trình gia nhiệt:

1)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; 2)  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ; 3)  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$



**H. 8.** Sự phụ thuộc của năng lượng tiêu thụ vào độ chính xác gia nhiệt được đặt trong khoảng  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ :

1 - ở tối ưu theo tác động nhanh của quá trình; 2 - ở tối ưu theo năng lượng tiêu thụ của quá trình



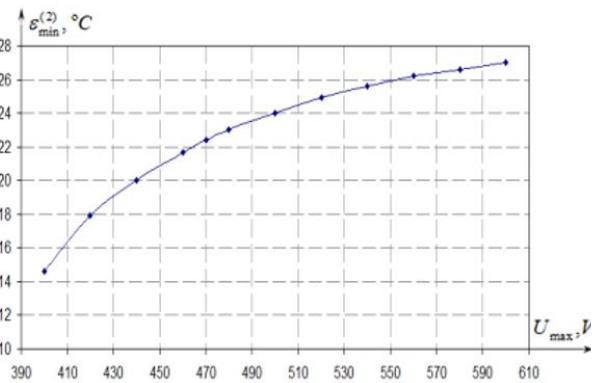
**H. 9.** Sự phụ thuộc của thời lượng quá trình vào độ chính xác gia nhiệt được đặt trong khoảng  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ :

1 - ở tối ưu theo tác động nhanh của quá trình; 2 - ở tối ưu theo năng lượng tiêu thụ của quá trình

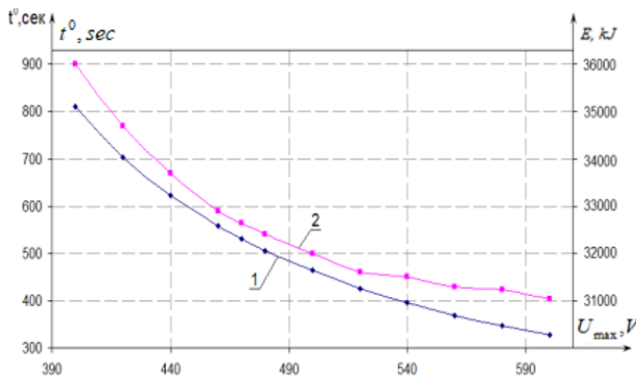
Trên **H. 8** và **H. 9** trình bày so sánh kết quả tính toán các quá trình gia nhiệt, tối ưu theo tiêu chí tác động nhanh và năng lượng tiêu thụ, khi thay đổi độ chính xác gia nhiệt  $\varepsilon_0$  được yêu cầu trong khoảng từ  $\varepsilon_{\min}^{(2)}$  đến  $\varepsilon_{\min}^{(1)}$ . Các dữ liệu được trình bày xác nhận cho các kết luận đã nêu trên, cụ thể là trong dải thay đổi của  $\varepsilon_0$  thì các thuật toán điều khiển tối ưu theo các tiêu chí được chỉ định sẽ khác nhau và chỉ trùng khớp ở ranh giới tại  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ . Như vậy, khi  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$  thì thuật toán thu được của điều khiển tối ưu sẽ là thuật toán tối ưu phổ quát, tức là tối ưu theo cả hai tiêu chí được xem xét.

Đối với trường hợp  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ , các thông số tối ưu được tính toán cho cả theo tiêu chí tác động nhanh, cũng như theo tiêu chí cực tiểu năng lượng tiêu thụ của quá trình gia nhiệt cho các giá trị khác nhau của  $u_{\max}$  trong giới hạn (5).

Các kết quả thu được, trình bày trên **H. 10-11**.



**H. 10.** Sự phụ thuộc của giới hạn độ chính xác gia nhiệt  $\varepsilon_{\min}^{(2)}$  vào giá trị giới hạn của  $u_{\max}$



**H. 11.** Sự phụ thuộc của thời lượng quá trình gia nhiệt (1) và năng lượng tiêu thụ (2) khi gia nhiệt phối vào giới hạn định trước của  $u_{max}$

### 3. Kết luận

Các phụ thuộc thu được cho thấy rõ ràng, khi chuyển đổi từ các thuật toán tối ưu theo tác động nhanh sang các thuật toán tối ưu theo tiết kiệm năng lượng thì năng lượng tiêu thụ và tổn thất giảm đi, nhưng độ chính xác gia nhiệt lại giảm đi theo quá trình sản xuất.

Các kết quả đã trình bày cho thấy xu hướng tăng thời lượng của quá trình và năng lượng tiêu thụ cho gia nhiệt khi tăng độ chính xác của sự gia nhiệt cảm ứng cho các giá trị khác nhau của điện áp nguồn nuôi.

### Tài liệu tham khảo

- [1] Плешивцева Ю. Э., Шарапова О. Ю. Энегос-берегающие алгоритмы оптимального управления процессами индукционного нагрева // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». Самара: СамГТУ, 2011. № 4 (32). С. 172-180.
- [2] Рапопорт Э. Я. Оптимальное по быстродействию управление нелинейными объектами технологической теплофизики // Элементы и системы оптимальной идентификации и управления технологическими процессами. Тула, 1996. С. 81-91
- [3] Рапопорт Э. Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. М.: Металлургия, 1993. 279 с.
- [4] Рапопорт Э. Я., Плешивцева Ю. Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. М.: Наука, 2012. 309 с.
- [5] Рапопорт Э. Я., Плешивцева Ю. Э. Оптимальное управление температурными режимами Чиркин В. С. Теплофизические свойства материалов. М.: Физматгиз, 1959. 356 с.
- [6] Шарапова О. Ю. Численное моделирование и оптимальное управление процессами индукционного нагрева цилиндрических заготовок под обработку давлением: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2011. 22 с.
- [7] Шарапова О. Ю. Численное моделирование процесса периодического индукционного нагрева на базе конечно-элементного программного пакета FLUX // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия
- [8] Cedrat Flux [Электронный ресурс]. URL: [www.cedrat.com/en/software/flux.html](http://www.cedrat.com/en/software/flux.html) (дата обращения: 13.01.2013).