

Mô hình hoá ổ đỡ từ có cấu trúc nguyên khối

Modelling of Non-laminated magnetic bearings

Lê Ngọc Hội^{1,2}, Phạm Hữu Luân², Nguyễn Quang Địch¹, Nguyễn Tùng Lâm^{1*}

¹Đại học Bách Khoa Hà Nội

²Đại học Công Nghiệp TP Hồ Chí Minh

*Corresponding author E-mail: lam.nguyentung@hust.edu.vn

Abstract

Eddy currents are generated in a nonlaminated geometry axial magnetic bearing actuator by a time-varying magnetic field. Therefore, it has a great influence on the dynamics and control design of nonlaminated electromagnetic suspension systems. In this paper, the approximate formula of effective air element reluctance is given close to the original formula, there by providing a more accurate mathematical model. In particular, the author has provided a nonlinear dynamical model on the time domain of the nonlaminated geometry magnetic bearing.

Keywords: Axial magnetic bearing, Nonlaminated geometry, Air gap element, Effective Reluctance, Nonlinear dynamic model, Fractional-order systems.

Ký hiệu

Symbols	Units	Description
R_i^0, R_g^0	A/Wb	Từ trở tĩnh của PT sắt và PTKK
\tilde{R}_i, \tilde{R}_g	A/Wb	Từ trở gần đúng của PT sắt và PTKK

Các từ viết tắt

PT	Phần tử
PTKK	Phần tử không khí
TThongcx	Từ thông trong công thức chính xác
TThonggd	Từ thông trong công gần đúng

Tóm tắt

Dòng điện xoáy được tạo ra trong cơ cấu chấp hành ổ đỡ từ dọc trục cấu tạo nguyên khối hoạt động khi cấp dòng xoay chiều vào hai đầu cuộn dây stator. Do đó dòng điện xoáy ảnh hưởng lớn đến động lực học và thiết kế điều khiển cơ cấu chấp hành ổ đỡ từ dọc trục cấu tạo nguyên khối hoạt động khi cấp dòng xoay chiều vào hai đầu cuộn dây stator.

Trong bài báo này nhóm tác giả đã đưa ra công thức gần đúng của từ trở hiệu dụng phần tử không khí tiến gần với công thức chính xác hơn so với các công trình đã công bố trước đây, từ đó đưa ra mô hình toán học chính xác hơn so với các trình đã công bố. Đặc biệt nhóm tác giả đã đưa ra được mô hình động lực học tuyến tính và phi tuyến trên miền thời gian của ổ đỡ từ dọc trục cấu tạo nguyên khối hoạt động khi cấp dòng xoay chiều vào hai đầu cuộn dây stator. Từ đó tạo tiền đề cho các

nghiên cứu thiết kế hệ thống điều khiển ổ đỡ từ cấu tạo nguyên khối.

1. Giới thiệu

Ổ đỡ từ đã được nghiên cứu cho nhiều ứng dụng công nghiệp và khoa học, bao gồm máy móc có cơ cấu chuyển động [1], [2], băng tải kim loại [3], quy trình phủ kim loại [4], quang khắc [5], và hệ thống servo công cụ [6].

Mạch từ (stator và rotor) của ổ đỡ từ thường được ghép bằng các lá thép kỹ thuật để giảm tổng hao dòng xoáy khi có từ thông biến thiên trong trong vật liệu sắt từ. Tuy nhiên, đối với ổ đỡ từ dọc trục trong một số ứng dụng các cơ cấu chấp hành thường cấu tạo nguyên khối. Đặc biệt, do yêu cầu về độ bền cơ học nên đĩa quay của ổ đỡ từ dọc trục thường được cấu tạo nguyên khối. Ngoài ra, do mối quan tâm về chi phí nên các cơ cấu chấp hành của ổ đỡ từ được cấu tạo nguyên khối. Trong các ứng dụng của ổ đỡ từ cấu tạo nguyên khối hoạt động khi cấp dòng xoay chiều vào hai đầu cuộn dây, dòng xoáy sẽ ảnh hưởng sâu sắc đến hoạt động của cơ cấu chấp hành và phải được xem xét trong mô hình hóa hệ thống và thiết kế bộ điều khiển.

Công trình đầu tiên về mô hình toán học ổ đỡ từ cấu tạo nguyên khối đã được thực hiện bởi Zmood [7], người đã trình bày mô hình toán học cho ổ đỡ từ hình C cấu tạo nguyên khối có tỷ lệ chiều rộng rất lớn so với chiều cao.

Công trình thứ hai về động lực học ổ đỡ cấu tạo nguyên khối đã được trình bày bởi Feeley và Ahlstrom [15], tác giả cũng đã đưa ra được động lực học trên miền thời gian.

Một công bố tiếp theo về mô hình hóa của cơ cấu chấp hành hình C cấu tạo nguyên khối đã được trình bày bởi Feeley [9].

Mặc dù các mô hình toán học được đưa ra trong [7], [9] và

[15] khá đơn giản. Tuy nhiên, độ chính xác của các công bố trên là khá kém. Lý do chính là trong cả ba bài báo, các tác giả đã giả định rằng mật độ từ thông trong mặt cắt ngang của khe hở không khí giống như mật độ từ thông trong tiết diện phần sắt từ. Đây là một giả định chỉ đúng cho phân tích tĩnh nhưng không đúng cho trường hợp cấp dòng xoay chiều vào 2 đầu cuộn dây vì sinh ra dòng điện xoáy.

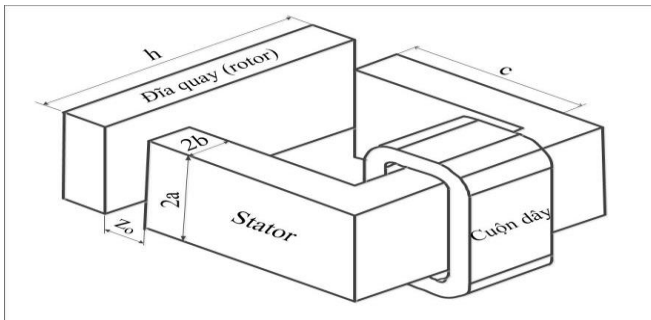
Kucera and Ahrens [11], các tác giả đã trình bày các kết quả phân tích mô tả mối quan hệ dòng điện-lực tương ứng đối với stator hình trụ và hình chữ C. Tuy nhiên tác giả cho rằng mật độ từ thông khe hở không khí không phụ thuộc vào tần số của trường điều hòa. Hơn nữa, tham số d (độ dày của các phần chia nhỏ trong cơ cấu chấp hành) trong mô hình toán học phân tích này phải được xác định từ kết quả thực nghiệm, không tương ứng với bất kỳ hình dạng và vật liệu của cơ cấu chấp hành. Do đó, kết quả này không phù hợp với việc tối ưu hóa thiết kế cơ cấu chấp hành ổ từ dọc trục.

Tác giả [14] đưa ra mô hình toán học ổ từ dọc trục hình C cấu tạo nguyên khối tương đối hoàn chỉnh. Tuy nhiên trong công thức tính gần đúng từ trở hiệu dụng của phần tử không khí vẫn có thể đưa ra biểu thức tiến sát với công thức chính xác ban đầu so với công bố của [14]. Hơn nữa mô hình động lực học tuyến tính và phi tuyến trên miền thời gian các tác giả trước đây vẫn chưa đưa ra.

Trong bài báo này nhóm tác giả đã trình bày một phương pháp để đưa ra công thức gần đúng của từ trở hiệu dụng phần tử không khí được đưa ra sát với công thức chính xác ban đầu. Đồng thời nhóm tác giả đưa ra được mô hình động lực học ở dạng tuyến tính và phi tuyến trên miền thời gian, tạo tiền đề để áp dụng các phương pháp điều khiển phi tuyến cho ổ đỡ từ cấu tạo nguyên khối.

2. Từ trở hiệu dụng của các phần tử

Theo [14], [16]-[18] ta có ổ từ dọc trục hình C cấu tạo nguyên khối được thể hiện như hình 1.

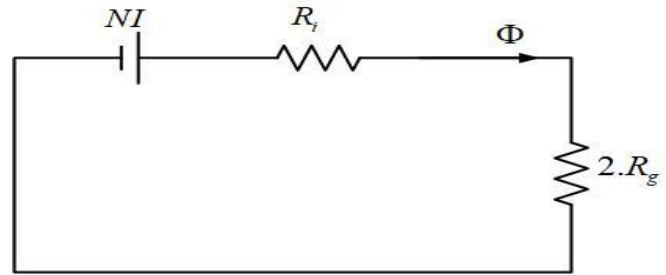


Hình 1: Ổ từ hình C cấu tạo nguyên khối

Bảng 1: Thông số cơ cấu chấp hành ổ từ dọc trục hình C

STT	Ký hiệu	Mô tả thông số	Giá trị
1	σ	Độ dẫn điện của sắt	2.5×10^6 S/m
2	a	1/2 Chiều rộng của cực từ	7.5 mm
3	b	1/2 Chiều cao của cực từ	2.5 mm
4	c	Chiều rộng cơ cấu chấp hành	20mm
5	h	Chiều dài cơ cấu chấp hành	30mm
6	N	Số cuộn dây	1200
7	z_0	Khoảng cách khe hở không khí danh định	0.2mm
8	μ_r	Độ từ thẩm tương đối	5000
9	μ_0	Độ từ thẩm chân không	$4\pi \times 10^{-7}$ T.m/A
10	I	Dòng điện	10A

Theo tác giả [14] từ trở hiệu dụng của mạch từ được chia thành 2 phần chính được thể hiện trên hình 2 bao gồm: Từ trở hiệu dụng phần tử không khí và từ trở hiệu dụng phần tử sắt từ.



Hình 2: Mạch từ tương đương của ổ đỡ từ cấu tạo nguyên khối

Trong đó:

R_i : Từ trở hiệu dụng phần tử sắt từ.

R_g : Từ trở hiệu dụng phần tử không khí.

NI : Sức từ động.

Φ : Từ thông.

Đối với tổng từ trở hiệu dụng chính xác của phần tử không khí theo [14] xác định như sau:

$$R_g = \frac{g}{\mu_0} \frac{1}{\frac{4a \tanh(\alpha_1 b)}{\alpha_1} + \sum_{n=1}^m \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{(2n-1)\pi\beta_{1n}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{1n} a)} \quad (1)$$

Theo [14] xấp xỉ của (1) ta được từ trở hiệu dụng gần đúng:

$$\tilde{R}_{g1} = R_g^0 + k_1 \sqrt{s} \quad (2)$$

Trong đó:

$$k_1 = \left[\frac{b}{6a} - \frac{32b^2}{\pi^5 a^2} \tanh\left(\frac{\pi a}{2b}\right) \right] \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \quad (3)$$

$s=j\omega$ là toán tử Laplace

Trong khi [14] cho rằng việc tính đạo hàm $\left. \frac{d^2 R_g}{d\alpha_1^2} \right|_{\alpha_1=0}$ trong

công thức mở rộng Taylor và Pade $\tilde{R}_g = R_g^0 + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 R_g}{d\alpha_1^2} \right|_{\alpha_1=0} \cdot \alpha_1^2$

là rất khó khăn khi số phần tử m trong tổng

$\sum_{n=1}^m \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{(2n-1)\pi\beta_{1n}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{1n} a)$ ở mẫu của (1) tăng nên [14]

chỉ lấy m=1. Trong bài báo này nhóm tác giả đã sử dụng

phần mềm Maple để tính đạo hàm $\left. \frac{d^2 R_g}{d\alpha_1^2} \right|_{\alpha_1=0}$ khi số phần tử

là m=2, 3, 4 ...

Xét trường hợp $m=2$ thì tổng ở mẫu của (1) là:

$$\sum_{n=1}^m \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{(2n-1)\pi\beta_{1n}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{1n} a) \approx \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{\pi\beta_{11}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{11} a) + \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{\pi\beta_{12}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{12} a) \quad (4)$$

$$\tilde{R}_{g2} = R_g^0 + k_2 \sqrt{s} \quad (5)$$

Trong đó:

$$k_2 = \left[\frac{\left(-\frac{15616e^{\frac{3\pi}{b}}}{81} - 384e^{\frac{\pi a}{b}} + 384e^{\frac{2\pi a}{b}} + \frac{15616}{81} \right) b^2}{6 \left(e^{\frac{3\pi a}{b}} + 1 \right) \pi^5 a^2} + \frac{b}{6a} \right] \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \quad (6)$$

Xét trường hợp khi $m=3$ thì tổng ở mẫu của (1) là:

$$\sum_{n=1}^m \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{(2n-1)\pi\beta_{1n}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{1n} a) \approx \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{\pi\beta_{11}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{11} a) + \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{\pi\beta_{12}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{12} a) + \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_1 b^{1/2}}{\pi\beta_{13}^{3/2}} \right)^2 \tanh(\beta_{13} a) \quad (7)$$

Kết quả công thức gần đúng của tử trở hiệu dụng phân tử không khí:

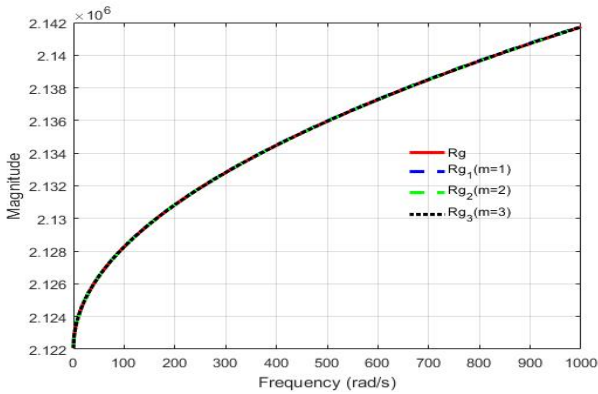
$$\tilde{R}_{g3} = R_g^0 + \left[\frac{\left(-\frac{243215552}{253125} e^{\frac{2\pi a}{b}} + \frac{243215552}{253125} e^{\frac{5\pi a}{b}} - \frac{146015552}{253125} e^{\frac{6\pi a}{b}} + \frac{48815552}{253125} e^{\frac{7\pi a}{b}} + \frac{93440}{81} e^{\frac{3\pi a}{b}} - \frac{93440}{81} e^{\frac{4\pi a}{b}} + \frac{146015552}{253125} e^{\frac{\pi a}{b}} - \frac{48815552}{253125} \right) b^2}{6\pi^5 a^2 \left(-e^{\frac{7\pi a}{b}} + e^{\frac{6\pi a}{b}} - e^{\frac{5\pi a}{b}} - e^{\frac{2\pi a}{b}} + e^{\frac{\pi a}{b}} - 1 \right)} + \frac{b}{6a} \right] \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \sqrt{s} = R_g^0 + k_3 \sqrt{s} \quad (8)$$

$$\text{Trong đó: } k_3 = \left[\frac{\left(-\frac{243215552}{253125} e^{\frac{2\pi a}{b}} + \frac{243215552}{253125} e^{\frac{5\pi a}{b}} - \frac{146015552}{253125} e^{\frac{6\pi a}{b}} + \frac{48815552}{253125} e^{\frac{7\pi a}{b}} + \frac{93440}{81} e^{\frac{3\pi a}{b}} - \frac{93440}{81} e^{\frac{4\pi a}{b}} + \frac{146015552}{253125} e^{\frac{\pi a}{b}} - \frac{48815552}{253125} \right) b^2}{6\pi^5 a^2 \left(-e^{\frac{7\pi a}{b}} + e^{\frac{6\pi a}{b}} - e^{\frac{5\pi a}{b}} - e^{\frac{2\pi a}{b}} + e^{\frac{\pi a}{b}} - 1 \right)} + \frac{b}{6a} \right] \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \quad (9)$$

Sai số giữa tử trở phân tử không khí trong công thức chính xác (1) so với các giá trị gần đúng được xác định như sau:

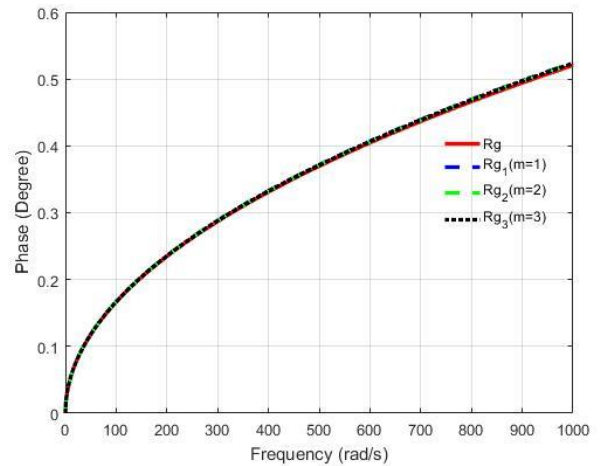
$$e_1 = R_g - \tilde{R}_{g1}, \quad e_2 = R_g - \tilde{R}_{g2}, \quad e_3 = R_g - \tilde{R}_{g3} \quad (10)$$

Từ đó tác giả tiến hành chạy mô phỏng ta được đồ thị tử trở hiệu dụng của phân tử không khí ban đầu và 3 giá trị tử trở hiệu dụng gần đúng tương ứng với $m=1, 2, 3$ được thể hiện trên hình 3-4 và các sai số giữa tử trở phân tử hiệu dụng không khí trong công thức chính xác so với 3 giá trị tử trở hiệu dụng gần đúng tương ứng với $m=1, 2, 3$ ta được kết quả như hình 5-6.

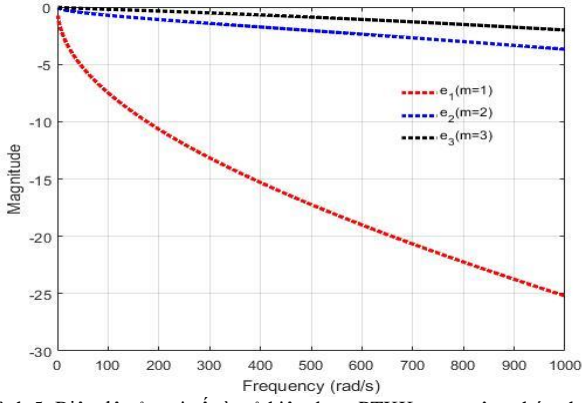


Hình 3: Biên độ của tử trở hiệu dụng PTKK trong công thức chính xác, công thức gần đúng khi $m=1, 2, 3$

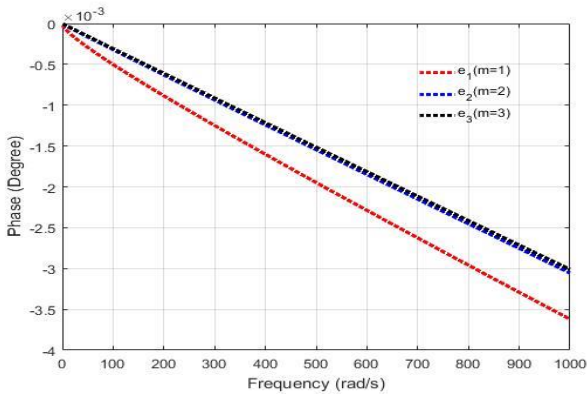
Công thức gần đúng của tử trở hiệu dụng phân tử không khí:



Hình 4: Pha của tử trở hiệu dụng PTKK trong công thức chính xác và công thức gần đúng khi $m=1, 2, 3$



Hình 5: Biên độ của sai số từ trở hiệu dụng PTKK trong công thức chính xác so với công thức gần đúng khi $m=1, 2, 3$.



Hình 6: Pha của sai số từ trở hiệu dụng PTKK trong biểu thức chính xác so với công thức gần đúng khi $m=1, 2, 3$.

Từ (1) và theo phương pháp xấp xỉ ta nhận thấy giá trị gần đúng luôn lớn hơn giá trị chính xác nên kết quả sai số luôn mang giá trị âm điều đó được kiểm chứng kết quả mô phỏng trên hình 5-6. Do khi số phần tử m càng lớn thì tổng ở mẫu của (1) càng lớn khi đó từ trở hiệu dụng càng nhỏ, dẫn đến sai số càng nhỏ và sai số càng tiến dần về 0. Vì vậy giá trị gần đúng càng tiến dần về giá trị chính xác trong (1). Từ đó ta được được mô hình toán học chính xác hơn mô hình toán học mà các tá giả trước đây đã đưa ra.

Từ đó tổng từ trở hiệu dụng của mạch từ là:

$$R(s) = R_i(s) + 2R_g(s) = \left(\frac{l_i}{\mu_r \mu_0 A} + \frac{2g}{\mu_0 A} \right) + k\sqrt{s} \quad (11)$$

Trong đó:

- Đối với trường hợp số phần tử ở mẫu của (1) $m=1$:

$$k = 2k_1 + \frac{l_i}{4(a+b)} \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \quad (12)$$

- Đối với trường hợp số phần tử ở mẫu của (1) $m=2$:

$$k = 2k_2 + \frac{l_i}{4(a+b)} \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \quad (13)$$

- Đối với trường hợp số phần tử ở mẫu của (1) $m=3$:

$$k = 2k_3 + \frac{l_i}{4(a+b)} \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \quad (14)$$

k_1, k_2 và k_3 : được xác định lần lượt theo (3), (6) và (9)

$$R_i(s) = R_i^0 + \frac{l_i}{4(a+b)} \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_r \mu_0}} \sqrt{s} \quad (15)$$

$$R_g(s) = R_g^0 + k\sqrt{s} \quad (16)$$

$$R_i^0 = \frac{l_i}{\mu_r \mu_0 A}, \quad R_g^0 = \frac{g}{\mu_0 A}, \quad l_i = 2c + 2h. \quad (17)$$

3. Mô hình động lực học

3.1. Mô hình tuyến tính

a. Mô hình toán học một cực từ.

Theo [14], [16]-[18] lực điện từ trên miền tần số của 1 cực từ cấu tạo nguyên khối khi cấp dòng điện xoay chiều vào 2 đầu cuộn dây stator là:

$$F(s) = K_i \cdot \frac{R^0}{R^0 + k\sqrt{s}} \cdot I(s) + K_z \cdot \frac{R^0}{R^0 + k\sqrt{s}} \cdot Z(s) \quad (18)$$

Biến đổi tương đương (18) trở thành (19):

$$F(s) + \frac{k\sqrt{s}}{R^0} F(s) = K_i I(s) + K_z Z(s) \quad (19)$$

Biến đổi laplace ngược (19) ta được (20):

$$F(t) + \frac{k}{R^0} \frac{d^{1/2} F(t)}{dt^{1/2}} = K_i i + K_z z \quad (20)$$

Theo định luật Newton II ta có phương trình động lực mô tả 1 cực từ:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F(t) - mg + f_z \quad (21)$$

Từ (21) thế F(t) vào (20) ta được:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{km}{R^0} \frac{d^{5/2} z}{dt^{5/2}} - \frac{k}{R^0} \frac{d^{1/2} (f_z)}{dt^{1/2}} = K_i i + K_z z - mg + f_z \quad (22)$$

Biến đổi tương đương (22) ta được:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{K_i}{m} i + \frac{K_z}{m} z - g - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2} z}{dt^{5/2}} + \frac{k}{mR^0} \frac{d^{1/2} (f_z)}{dt^{1/2}} + \frac{f_z}{m} \quad (23)$$

Trong đó:

f_z là nhiễu bên ngoài.

m là khối lượng của đĩa quay (rotor).

$l_i = 2h + 2c$ là chiều dài đường từ trường của sắt từ.

k được xác định như (14) là hệ số dòng xoáy.

$R^0 = \frac{1}{\mu_0 A} \left(2g + \frac{l_i}{\mu_r} \right)$ là tổng từ trở tĩnh.

$K_i = \frac{2N^2 i_o}{\mu_0 A (R^0)^2}$ là hệ số tỉ lệ với dòng điện.

$K_z = \frac{1}{(R^0)^3} \left(\frac{2Ni_o}{\mu_0 A} \right)^2$ là hệ số tỉ lệ với độ dịch chuyển.

Xét trường hợp 1: Không có nhiễu bên ngoài khi đó (23) trở thành:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{K_i}{m} i + \frac{K_z}{m} z - g - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2} z}{dt^{5/2}} \quad (24)$$

Xét trường hợp 2: Nếu nhiễu là hằng số khi đó (23) trở thành:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{K_i}{m} i + \frac{K_z}{m} z - g - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2} z}{dt^{5/2}} + \frac{1}{m} f_z \quad (25)$$

Từ (23) ta biến đổi tương đương thành:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{K_i}{m}i + \frac{K_z}{m}z - g - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}} + \frac{k}{mR^0} \frac{d^{1/2}(f_z)}{dt^{1/2}} + \frac{1}{m}f_z$$

$$= f(z) + g(z).i + d(z) \quad (26)$$

Trong đó:

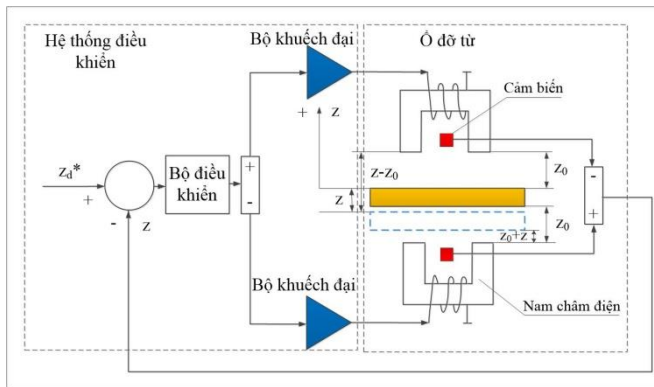
$$f(z) = \frac{K_i}{m}z - g, \quad g(z) = \frac{K_i}{m}$$

$$d(z) = \frac{1}{m}f_z + \frac{k}{mR^0} \frac{d^{1/2}(f_z)}{dt^{1/2}} - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}}$$

Vậy (26) là động lực học tuyến tính tổng quát trên miền thời gian của 1 cực từ cấu tạo nguyên khối hoạt động khi cấp dòng xoay chiều vào 2 đầu cuộn dây stator. Trong đó, k được xác định như (14) là hệ số biểu thị sự ảnh hưởng của dòng xoay. Khi k=0 thì mô hình toán học trở thành trường hợp cơ cấu chấp hành của ổ từ được cấu tạo xếp lớp. Cũng trong phương trình (26) ta thấy đây là động lực học có chứa đạo hàm cấp phân số 5/2 của đối tượng bên trong và đạo hàm cấp phân số 1/2 của nhiễu bên ngoài, đây là dạng mô hình toán học tương đối mới.

b. Mô hình toán học một cặp cực từ.

Xét trường hợp một cặp cực từ có cấu trúc như hình 7.



Hình 7: Cấu trúc hệ thống ổ từ dọc trục cấu tạo nguyên khối

Theo (20) ta có phương trình lực từ trên miền thời gian đối với cực từ phía trên:

$$F_1(t) + \frac{k}{R^0} \frac{d^{1/2}F_1(t)}{dt^{1/2}} = K_i i + K_z z \quad (27)$$

Đối với cực từ phía dưới ta có lực điện từ trên miền tần số:

$$F_2(s) = -K_i \frac{R^0}{R^0 + k\sqrt{s}} I(s) - K_z \frac{R^0}{R^0 + k\sqrt{s}} Z(s) \quad (28)$$

Tương tự như trên ta có phương trình lực từ trên miền thời gian đối với cực từ phía dưới:

$$F_2(t) + \frac{k}{R^0} \frac{d^{1/2}F_2(t)}{dt^{1/2}} = -K_i i - K_z z \quad (29)$$

Theo định luật Newton II ta có phương trình động lực mô tả cực từ:

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = -C\dot{z} + F_1(t) - F_2(t) - mg + f_z \quad (30)$$

Từ (27), (29) và (30) ta suy ra phương trình:

$$m\ddot{z} = 2K_i i + 2K_z z - C\dot{z} - \frac{Ck}{R^0} \frac{d^{3/2}z}{dt^{3/2}} - \frac{km}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}} - mg$$

$$+ \frac{k}{R^0} \frac{d^{1/2}(f_z)}{dt^{1/2}} + f_z \quad (31)$$

Biến đổi tương đương (31) ta được:

$$\ddot{z} = \frac{2K_i}{m}i + \frac{2K_z}{m}z - \frac{C}{m}\dot{z} - \frac{Ck}{mR^0} \frac{d^{3/2}z}{dt^{3/2}} - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}} - g$$

$$+ \frac{k}{mR^0} \frac{d^{1/2}(f_z)}{dt^{1/2}} + \frac{f_z}{m} \quad (32)$$

Xét trường hợp 1: Không có nhiễu bên ngoài khi đó (32) trở thành:

$$\ddot{z} = \frac{2K_i}{m}i + \frac{2K_z}{m}z - \frac{C}{m}\dot{z} - \frac{Ck}{mR^0} \frac{d^{3/2}z}{dt^{3/2}} - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}} - g \quad (33)$$

Xét trường hợp 2: Nếu nhiễu là hằng số khi đó (32) trở thành:

$$\ddot{z} = \frac{2K_i}{m}i + \frac{2K_z}{m}z - \frac{C}{m}\dot{z} - \frac{Ck}{mR^0} \frac{d^{3/2}z}{dt^{3/2}} - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}} - g + \frac{f_z}{m} \quad (34)$$

Từ (32) ta biến đổi tương đương thành:

$$\ddot{z} = \frac{2K_i}{m}i + \frac{2K_z}{m}z - \frac{C}{m}\dot{z} - \frac{Ck}{mR^0} \frac{d^{3/2}z}{dt^{3/2}} - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}} - g$$

$$+ \frac{k}{mR^0} \frac{d^{1/2}(f_z)}{dt^{1/2}} + \frac{f_z}{m} = f(z) + g(z).i + d(z) \quad (35)$$

Trong đó:

C: Hệ số giảm chấn của đĩa quay

$$f(z) = \frac{2K_i}{m}z - g, \quad g(z) = \frac{2K_i}{m}$$

$$d(z) = -\frac{C}{m}\dot{z} - \frac{Ck}{mR^0} \frac{d^{3/2}z}{dt^{3/2}} - \frac{k}{R^0} \frac{d^{5/2}z}{dt^{5/2}} + \frac{k}{mR^0} \frac{d^{1/2}(f_z)}{dt^{1/2}} + \frac{f_z}{m}$$

Vậy (35) là động lực học tuyến tính tổng quát trên miền thời gian của ổ từ dọc trục (1 cặp cực từ) cấu tạo nguyên khối hoạt động khi cấp dòng điện xoay chiều vào hai đầu cuộn dây stator.

Trong đó, k được xác định như (14) là hệ số biểu thị sự ảnh hưởng của dòng xoay. Khi k=0 thì mô hình toán học trở thành trường hợp cơ cấu chấp hành của ổ từ được cấu tạo xếp lớp. Cũng trong phương trình (35) ta thấy đây là động lực học có chứa đạo hàm cấp phân số 3/2, 5/2 của đối tượng bên trong và đạo hàm cấp phân số 1/2 của nhiễu bên ngoài, đây là dạng động lực học tương đối mới.

3.2. Mô hình phi tuyến

Như ta đã biết [14], [16]-[18] chỉ đưa ra mô hình toán học dạng tuyến tính trên miền tần số, mô hình toán học dạng phi tuyến tác giả chưa đưa ra. Trong bài báo này tác giả trình bày phương pháp xác định mô hình toán học của ổ từ cấu tạo nguyên khối hình C ở dạng phi tuyến trên miền tần số cũng như trên miền thời gian.

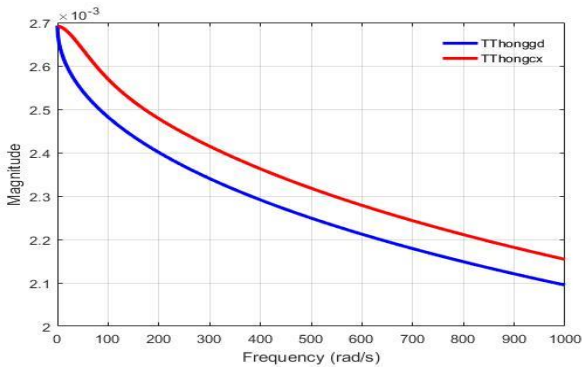
Xét trường hợp một cực từ:

Ta có từ thông được xác định theo công thức sau:

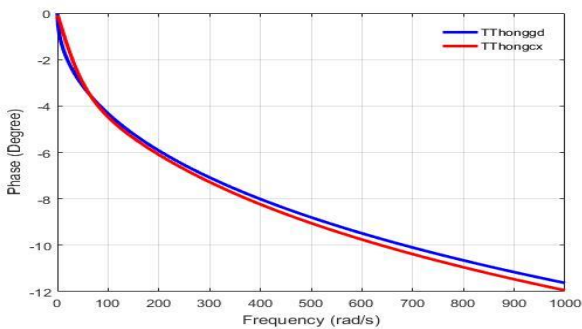
$$\Phi(\omega) = \frac{N.I}{2R_g(s) + R_i(s)} \quad (36)$$

Kết quả mô phỏng matlab (36) đối với công thức chính xác khi từ trở hiệu dụng $R_i(s)$ và $R_g(s)$ được xác định theo công thức chính xác như [14] và công thức gần đúng khi từ trở hiệu dụng $R_i(s)$ và $R_g(s)$ được xác định theo công thức gần đúng như [14] được thể hiện trên hình 8-11. Kết quả mô phỏng cho

thấy đường từ thông trong công thức gần đúng tiến sát với đường từ thông trong công thức chính xác.



Hình 8: Biên độ của từ thông trong công thức chính xác và công thức gần đúng.



Hình 9: Pha của từ thông trong biểu thức chính xác và biểu thức gần đúng.

Ta có công thức tính sai số giữa từ thông chính xác và từ thông gần đúng được tính như sau:

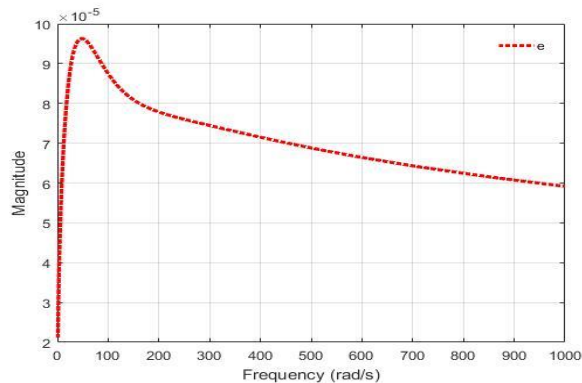
$$e = \Phi_{cx}(\omega) - \Phi_{gd}(\omega) \tag{37}$$

Trong đó:

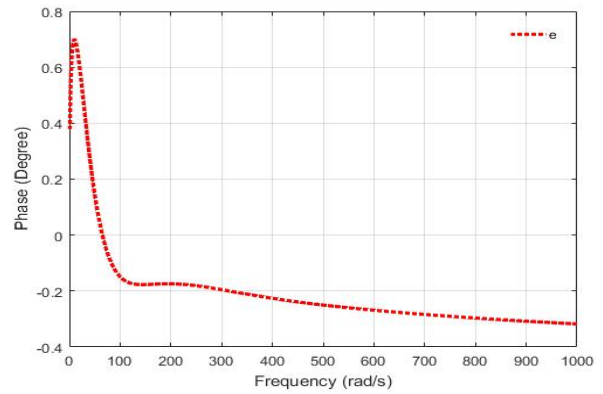
$\Phi_{cx}(\omega)$: Từ thông được tính theo công thức chính xác

$\Phi_{gd}(\omega)$: Từ thông được tính theo công thức gần đúng.

Từ đó ta tiến hành mô phỏng sai số ta được kết quả như hình 10-11.



Hình 10: Biên độ sai số giữa từ thông trong biểu thức chính xác và biểu thức gần đúng.



Hình 11: Pha sai số giữa từ thông trong biểu thức chính xác và biểu thức gần đúng.

Từ hình 10-11 chúng tôi nhận thấy sai số giữa từ thông được tính theo công thức chính xác và từ thông được tính theo công thức gần đúng là khá nhỏ và giá trị sai số luôn mang giá trị dương tức là giá trị từ thông trong công thức gần đúng bao giờ cũng nhỏ hơn giá trị từ thông trong công thức chính xác. Giá trị sai số cực đại $e_{max}=9.5 \times 10^{-5}$ Wb, giá trị nhỏ nhất $e_{min}=6 \times 10^{-5}$ Wb. Điều đó nói lên rằng công thức gần đúng của từ thông đã tiến sát với công thức chính xác của từ thông.

Lực từ được tính theo công thức:

$$F(\omega) = \frac{\Phi^2}{\mu_0 A} = \frac{N^2 I^2}{\mu_0 A (R(s))^2} = \frac{\mu_0 \mu_r AN^2 I^2}{\left((l_i + 2\mu_r g) + \mu_0 \mu_r A k \sqrt{s} \right)^2} \tag{38}$$

Nhận thấy trong phương trình (38), k là hệ số biểu thị ảnh hưởng của dòng xoáy. Khi k=0 thì mô hình toán học trở thành trường hợp cơ cấu chấp hành của ổ từ được cấu tạo xếp lớp.

$$\text{Đặt: } B = \mu_0 \mu_r AN^2 I^2, \quad E = l_i + 2\mu_r g \tag{39}$$

$$D = k\mu_0 \mu_r A, \quad g = z_o \pm z \tag{40}$$

Khi đó (38) trở thành:

$$F(s) = \frac{B}{(E + D\sqrt{s})^2} = \frac{B}{E^2 + 2ED\sqrt{s} + D^2 s} \tag{41}$$

$$\Leftrightarrow E^2 F(s) + 2ED\sqrt{s} F(s) + D^2 s F(s) = B \tag{42}$$

Biến đổi laplace ngược 2 vế của phương trình (42) ta được (coi B, D, E là hằng số):

$$\Leftrightarrow E^2 F(t) + 2ED \frac{d^{1/2} F(t)}{dt^{1/2}} + D^2 \frac{dF(t)}{dt} = B\delta(t) \tag{43}$$

Nhận thấy phương trình (43) là phương trình có chứa đạo hàm cấp phân số của lực theo thời gian. Đây là dạng mô hình toán học mới mà chưa có công trình nào đã công bố về ổ đỡ từ. Trong đó hệ số B tỉ lệ thuận với bình phương của dòng điện, E phụ thuộc vào khoảng cách dịch chuyển so với vị trí cân bằng, D là hằng số.

Xét trường hợp một cặp cực từ thể hiện như hình 7:

Từ mô hình động lực học của một cặp cực từ như (43) ta suy ra mô hình động lực của một cặp cực từ được viết như sau:

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{2(z_o - z)Ri_1}{N^2 \mu_0 A} + \frac{i_1 v}{z_o - z} + \frac{2(z_o - z)u_1}{N^2 \mu_0 A} \tag{44}$$

$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{2(z_o + z)Ri_2}{N^2 \mu_0 A} + \frac{i_2 v}{z_o + z} + \frac{2(z_o + z)u_2}{N^2 \mu_0 A} \tag{45}$$

$$v = \frac{dz}{dt} \tag{46}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{1}{M}(F_1 - F_2 - mg + f_z) \quad (47)$$

$$\frac{d^{1/2} F_1}{dt^{1/2}} = -\frac{D}{2B_1} \frac{dF_1}{dt} - \frac{B_1}{2D} F_1 + A_1 \quad (48)$$

$$\frac{d^{1/2} F_2}{dt^{1/2}} = -\frac{D}{2B_2} \frac{dF_2}{dt} - \frac{B_2}{2D} F_2 + A_2 \quad (49)$$

Trong đó:

$$A_1 = \frac{\mu_r N^2 I_1^2 \delta}{2k(l_i + 2\mu_r(z_o - z))}, \quad B_1 = (l_i + 2\mu_r(z_o - z))$$

$$A_2 = \frac{\mu_r N^2 I_1^2 \delta}{2k(l_i + 2\mu_r(z_o + z))}, \quad B_2 = (l_i + 2\mu_r(z_o + z)) \quad (50)$$

Như vậy nhóm tác giả đã đưa ra được phương trình từ (44)-(49) là các phương trình ở dạng miền thời gian. Đây chính là động lực học của 1 cặp cực từ hình C cấu tạo nguyên khối trên miền thời gian. Từ đó tạo tiền đề cho các phương pháp điều khiển phi tuyến sẽ được triển khai tương lai, từ đó hoàn thiện hơn về phương pháp điều khiển ở từ cấu tạo nguyên khối.

4. Kết luận

Bài báo này nhóm tác giả đã đưa ra được công thức gần đúng từ trở hiệu dụng của phần từ không khí sát giá trị trong công thức ban đầu hơn so với các công trình đã công bố. Ngoài ra tác giả cũng đưa ra mô hình động lực học tuyến tính và phi tuyến trên miền tần số cũng như trên miền thời gian, cùng với mô hình toán học tuyến tính hóa trên miền tần số đã công bố trước đó và miền thời gian được công bố trong bài báo này, tạo thành cơ sở thuận tiện để phân tích và thiết kế hệ thống điều khiển ở từ dọc trục cấu tạo nguyên khối. Từ đó tạo tiền đề cho các nghiên cứu thiết kế hệ thống điều khiển ở từ cấu tạo nguyên khối. Các thiết kế hệ thống điều khiển đang và sẽ được nghiên cứu dựa trên các cách tiếp cận sau: a) phương pháp điều khiển trên miền tần số và trên miền thời gian (mô hình tuyến tính), b) phương pháp điều khiển phi tuyến như: Backstepping, điều khiển trượt..., điều khiển hiện đại như Mạng Nơ Ron, điều khiển thích nghi ... Kết quả của các phương pháp điều khiển này sẽ được công bố trong các bài báo trong tương lai.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Bách khoa Hà Nội trong đề tài mã số T2021-PC-001.

Tài liệu tham khảo

- [1] R. Fittro and C. Knospe, "Rotor compliance minimization via mu-control of active magnetic bearings," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 10, no. 2, pp. 238–249, Mar. 2002.
- [2] M. D. Noh, S.-R. Cho, J.-H. Kyung, S.-K. Ro, and J.-K. Park, "Design and implementation of a fault-tolerant magnetic bearing system for turbomolecular vacuum pump," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 10, no. 6, pp. 626–631, Dec. 2005.
- [3] H. Hayashiya, D. Iizuka, H. Ohsaki, and E. Masada, "A novel combined lift and propulsion system for a steel plate conveyance by electromagnets," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 4, pp. 2093–2095, Jul. 1998.
- [4] D. L. Trumper, M. Weng, and R. Ritter, "Magnetic suspension and vibration control of beams for non-contact processing," in *Proc. 1999 IEEE Conf. Control Appl.*, Kona, HI, vol. 1, Aug., pp. 551–557.
- [5] P. Subrahmanyam and D. Trumper, "Active vibration isolation design for a photolithographic stepper," presented at the 6th Int. Symp. Magn. Bearings, Cambridge, MA, Aug. 1998.
- [6] H. Gutierrez and P. Ro, "Sliding-mode control of a nonlinear-input system: Application to a magnetically levitated fast-tool servo," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 45, no. 6, pp. 921–927, Dec. 1998.
- [7] R. B. Zmood, D. K. Anand, and J. A. Kirk, "The influence of eddy currents on magnetic actuator performance," *Proc. IEEE*, vol. 75, no. 2, pp. 259–260, Feb. 1987.
- [8] R.L. Stoll, *The Analysis of Eddy Currents*. London, U.K.: Oxford Univ. Press, 1974.
- [9] J. J. Feeley, "A simple dynamic model for eddy currents in a magnetic actuators," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 2, pp. 453–458, Mar. 1996.
- [10] L. Zhu, C. Knospe, and E. Maslen, "An analytical model of a nonlaminated cylindrical magnetic actuator including eddy currents," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 4, pp. 1248–1258, Apr. 2005.
- [11] Kucera and M. Ahrens, "A model for axial magnetic bearings including eddy currents," in *Proc. 3rd Int. Symp. Magn. Suspension Technol.*, Tallahassee, FL, Dec. 1995, pp. 421–436.
- [12] L. Zhu, C. Knospe, and E. Maslen, "Frequency domain modeling of non-laminated C-shaped magnetic actuators," in *Proc. 9th Int. Symp. Magn. Bearings*, Lexington, KY, Aug. 2004, pp. 1–6.
- [13] C. Bonnet and J. R. Partington, "Copriime factorizations and stability of fractional differential systems," *Syst. Control Lett.*, vol. 41, no. 3, pp. 167–174, Oct. 2000.
- [14] Lei Zhu, "Non-laminated Magnetic Actuators: Modeling and Performance Limitations", A Dissertation Presented to the Faculty of the School of Engineering and Applied Science University of Virginia. 2005.
- [15] Joseph J. Feeley and Daniel J. Ahlstrom, "A New Eddy Current Model for Magnetic Bearing Control System Design", 4th NASA Symposium on VLSI Design 1992.
- [16] L. Zhu, C. Knospe, and E. Maslen, "Frequency domain modeling of non-laminated C-shaped magnetic actuators," in *Proc. 9th Int. Symp. Magn. Bearings*, Lexington, KY, Aug. 2004, pp. 1–6.
- [17] Lei Zhu and Carl R. Knospe, *Senior Member, IEEE*, "Modeling of Non-laminated Electromagnetic Suspension Systems", *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, VOL. 15, NO. 1, FEBRUARY 2010
- [18] Carl R. Knospe, *Senior Member, IEEE*, and Lei Zhu, "Performance Limitations of Non-Laminated Magnetic Suspension Systems" *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 19, NO. 2, MARCH 2011.
- [19] Zackary W. Whitlow "Modeling and Control of Non-laminated Active Magnetic Thrust Bearings" In Partial Fulfillment of the requirements for the Degree Master of Science (Mechanical and Aerospace Engineering), December 2014
- [20] Henry Spece, Roger Fittro and Carl Knospe * "Optimization of Axial Magnetic Bearing Actuators for Dynamic Performance" Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Virginia, Charlottesville, VA 22904, USA, September 2018.