

# Điều Khiển Ổn Định Cho Robot Hai Bậc Tự Do Sử Dụng Mô Hình Mờ Takagi-Sugeno

## Control Of 2-Dof Robot Manipulator Using Ts Fuzzy Approach

Mai Đình Hoàng<sup>1</sup>, Phạm Duy Thi<sup>1</sup>, Phạm Đức Bình<sup>1</sup>, Nguyễn Danh Huy<sup>1</sup>, Nguyễn Tùng Lâm<sup>1</sup> and Nguyễn Thị Vân Anh<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Trường Điện - Điện Tử, Trường đại học Bách Khoa Hà Nội, Việt Nam

\* Corresponding author E-mail: [anh.nguyenthivan1@hust.edu.vn](mailto:anh.nguyenthivan1@hust.edu.vn)

### Abstract

In recent years, the application of robots in the production process is very popular. This increases productivity for production systems. But stable control of the robot system is quite difficult due to the non-linearity of the robot model. In this paper, we propose to use the Takagi-Sugeno fuzzy controller to control the robot with 2-DoF, which helps to reduce the complexity of the system model and at the same time ensures the stability of the robot system even when has the effect of disturbance components and improves the trajectory tracking performance. The control algorithm is proven stable by the Lyapunov stability theory combined with the LMI linear matrix inequality. The control rule Parallel Distributed Compensation (PDC) is built by assembling the sub-control rules corresponding to the submodels of the Takagi-Sugeno fuzzy model. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed control method when comparing with the conventional PID controller.

**Keywords:** Takagi-Sugeno, Linear Matrix Inequality, Fuzzy Logic Control, Lyapunov, Parallel Distributed Compensation, trajectory tracking.

### Tóm tắt

Trong những năm gần đây, việc ứng dụng robot vào quá trình sản xuất rất phổ biến. Điều này làm tăng năng suất cho các hệ thống sản xuất. Nhưng việc điều khiển ổn định được hệ thống robot thì khá khó khăn do tính phi tuyến tính của mô hình robot. Trong bài báo này chúng tôi đề xuất sử dụng bộ điều khiển mờ Takagi-Sugeno để điều khiển robot hai bậc tự do, giúp giảm độ phức tạp của mô hình hệ thống, đồng thời đảm bảo tính ổn định hệ thống robot ngay cả khi có sự tác động của các thành phần nhiễu và cải thiện hiệu suất bám quỹ đạo. Thuật toán điều khiển được chứng minh tính ổn định bằng lý thuyết ổn định Lyapunov kết hợp cùng với bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI. Luật điều khiển bù phân phối song song PDC (Parallel Distributed Compensation) được xây dựng bằng cách tập hợp những luật điều khiển con tương ứng với những mô hình con của mô hình mờ Takagi-Sugeno. Kết quả mô phỏng chứng minh tính hiệu quả của phương pháp điều khiển được đề xuất so với bộ điều khiển PID truyền thống.

### 1. Giới thiệu chung

Trong quá trình công nghiệp hoá và hiện đại hoá, vấn đề tự động hoá sản xuất có vai trò đặc biệt quan trọng. Một trong những phương pháp giúp cho vấn đề tự động hoá đạt hiệu quả cao là sử dụng robot công nghiệp vào quá trình sản xuất. Mục

tiêu ứng dụng robot trong công nghiệp là nâng cao năng suất dây chuyền công nghệ, nâng cao chất lượng, giảm giá thành sản phẩm, đồng thời cải thiện điều kiện lao động. Ưu điểm của robot công nghiệp đó là độ nhỏ gọn, độ chính xác, độ tin cậy cùng với đó là tốc độ và hiệu suất ổn định.

Ngày nay, các ứng dụng thực tế không chỉ yêu cầu robot phải cực kì chính xác mà tốc độ di chuyển cũng cần cao và thích nghi được với sự thay đổi của các yếu tố bên ngoài tác động vào. Chính từ những yêu cầu trên, nhiều nghiên cứu đã được tiến hành nhằm phát triển và hoàn thiện thuật toán điều khiển cho robot hai bậc tự do. Dựa trên bộ điều khiển truyền thống PID [1, 2], các nhà khoa học đã mở rộng và tích hợp thêm các thuật toán điều khiển và tối ưu khác. Trong [3], tác giả đã đưa ra bộ điều khiển PID với phần bù trước là bộ điều khiển mờ loại 2, kết hợp với thuật toán tối ưu lai GWO-ABC và áp dụng vào điều khiển cánh tay robot trong trường hợp tải thay đổi. Các bộ điều khiển trượt cũng cho các đáp ứng điều khiển khá tốt. Những thành phần không được mô hình hóa chính xác trong mô hình động học hay sự tham số của tham số theo thời gian đã được bù và xử lý dựa trên thuật toán điều khiển trượt thích nghi [4]. Một mặt trượt mới cũng được sử dụng kết hợp với thuật toán GWO mở rộng để tăng cường sự bền vững của hệ thống và tự động điều chỉnh tham số của bộ điều khiển [5]. Ngoài ra, robot hai bậc tự do cũng là một đối tượng điển hình để nghiên cứu và áp dụng bởi những bộ điều khiển hiện đại

như điều khiển thích nghi [6, 7, 8] hay điều khiển mờ [9, 10]. Do có cấu trúc đơn giản nên cánh tay robot hai bậc tự do thường được sử dụng trong các công việc có tính lặp đi lặp lại, theo một quỹ đạo nhất định. Gần đây ngoài mục tiêu ổn định hệ thống, vấn đề điều khiển bám quỹ đạo cũng đã giành được nhiều sự chú ý của các nhà nghiên cứu và trở thành một trong những mục tiêu không thể thiếu khi thiết kế bộ điều khiển cho cánh tay robot [11, 12, 13]. Trong phần trình bày dưới đây, chúng tôi cũng sẽ mang đến một giải pháp mới cho bài toán điều khiển bám này.

Những năm gần đây mô hình mờ Takagi-Sugeno (T-S) được áp dụng nhiều trong các hệ thống động học và nhiều ứng dụng cho thấy hiệu suất vượt trội hơn so với các bộ điều khiển thông thường đồng thời giảm đáng kể độ phức tạp về tham số mô hình [14]. Trong bài báo này chúng tôi muốn đề cập đến việc áp dụng mô hình mờ T-S [15] và dựa trên luật bù phân phối song song để xây dựng một bộ điều khiển phù hợp với mô hình mờ cho robot hai bậc tự do.

Mô hình mờ do Takagi và Sugeno đề xuất được mô tả bằng các quy tắc IF-THEN biểu diễn các quan hệ đầu vào - đầu ra tuyến tính cục bộ của một hệ thống phi tuyến. Đặc điểm chính của mô hình mờ Takagi-Sugeno là thể hiện động lực cục bộ của mỗi quy luật mờ bằng mô hình hệ thống tuyến tính, nhiều hệ thống phi tuyến có thể được biểu diễn bằng mô hình mờ Takagi-Sugeno [15]. Trong quá trình thiết kế bộ điều khiển, chúng tôi sử dụng phương pháp Lyapunov [16, 17, 18] để chứng minh tính ổn định của hệ thống. Các bài toán phân tích tính ổn định và thiết kế điều khiển có thể được giải quyết bằng cách áp dụng bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI [19, 20]. Bộ điều khiển được đề xuất cũng đảm bảo được yêu cầu về điều khiển bám quỹ đạo.

Các đóng góp chính của bài báo:

- Biểu diễn cánh tay robot hai bậc tự do bằng hệ thống mờ Takagi-Sugeno.
- Thiết kế được bộ điều khiển dựa trên bộ bù phân phối song song, đồng thời sử dụng phương pháp xấp xỉ để giảm bớt độ phức tạp của bài toán và cải thiện hiệu suất bám quỹ đạo của hệ thống.
- Kiểm chứng độ bền vững của bộ điều khiển khi thêm vào các thành phần nhiễu tác động lên hệ thống.

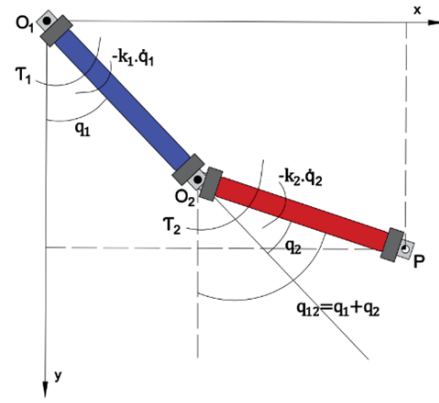
Bài báo của chúng tôi có bố cục gồm 6 phần. Phần 1 sẽ giới thiệu chung về các thuật toán điều khiển cho hệ thống robot 2 bậc tự do. Mô hình hóa hệ thống robot 2 bậc tự do sẽ được trình bày trong phần 2. Tiếp theo đó phần 3 là phần thiết kế bộ điều khiển mờ Takagi-Sugeno. Phần 4 ứng dụng hệ mờ để điều khiển robot. Phần 5 trình bày kết quả mô phỏng. Cuối cùng, phần 6 là kết luận của bài báo.

## 2. Mô hình hệ thống

Trong phần này, cấu hình robot hai bậc tự do được thể hiện qua hình 1.

Robot gồm hai khớp quay được đặt trong hệ trục tọa độ như hình vẽ. Hai cánh tay của robot quay quanh trục z các góc  $q_1, q_2$  tương ứng và  $q_{12} = q_1 + q_2$ , với  $q_{12}$  là góc quay của cánh tay thứ hai sau khi quy đổi về góc tọa độ gắn với cánh tay thứ nhất. Cánh tay thứ nhất có chiều dài  $L_1$ , khối lượng  $m_1$ , cánh tay thứ hai có chiều dài  $L_2$ , khối lượng  $m_2$ . Hai cánh tay được nối với nhau bằng một liên kết trục tại điểm  $O_2$ . Momen quay lại khớp thứ nhất và khớp thứ hai lần lượt là  $\tau_1, \tau_2$ .

Để thiết lập phương trình động lực học của robot chúng tôi dựa



Hình 1: Cấu trúc robot hai bậc tự do.

trên nguyên lý Euler-Lagrange:

$$\begin{cases} L = K - P \\ \tau_i = \frac{\partial}{\partial q_i} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \end{cases} \quad (1)$$

Trong đó  $K$  là tổng động năng,  $P$  là tổng thế năng,  $i = 1, 2$ .

Từ phương trình (1) sẽ tính toán được momen đặt lên khớp thứ nhất và khớp thứ hai, phương trình động lực học phi tuyến đã được trình bày chi tiết trong [21] như sau:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 - 2a_2\dot{q}_2\sin q_2 & -a_2\dot{q}_2\sin q_2 \\ a_2\dot{q}_1\sin q_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 + 2a_2\cos q_2 & a_3a_2\cos q_2 \\ a_3 + a_2\cos q_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_4\sin q_1 + a_5\sin q_{12} \\ a_5\sin q_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

trong đó,  $a_1 = m_1r_1^2 + I_1 + m_2L_1^2 + m_2r_2^2 + I_2$ ,  $a_2 = m_2L_1r_2$ ,  $a_3 = m_2r_2^2 + I_2$ ,  $a_4 = m_1gr_1 + m_2gL_1$ ,  $a_5 = m_2gr_2$ .  $k_1$  và  $k_2$  lần lượt là ma sát nhớt của khớp thứ nhất và thứ hai,  $r_1$  và  $r_2$  tương ứng là khoảng cách từ các khớp đến khối tâm của hai thanh nối,  $I_1$  và  $I_2$  là mô men quán tính của thanh thứ nhất và thứ hai.  $g$  là gia tốc trọng trường, có chiều trùng với chiều của trục  $y$  trong hình 1. Chúng tôi định nghĩa các vectơ trạng thái  $x = [q_1 \ q_2 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T$ , đầu vào  $u = [\tau_1 \ \tau_2]$ , đầu ra điều khiển  $y = [q_1 \ q_2]^T$ . Từ đó hệ động lực học phi tuyến được biểu diễn lại như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3)$$

trong đó

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ z_1 + z_2 & z_1 & z_3 + 2z_4 - a_3k_1 & c_1 \\ z_6 + z_7 & z_6 & z_8 - 2z_9 + (a_3z_{11} + 2z_{10})k_1 & c_2 \end{bmatrix}$$

Trong đó:

$$c_1 = z_4 + z_5k_2, \quad c_2 = -z_9 - (a_1z_{11} + 2a_2z_{10})k_2$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ a_3z_{11} & -z_5 \\ -a_3z_{11} - 2z_{10} & a_1z_{11} + 2a_2z_{10} \end{bmatrix}$$

Với:

$$\begin{aligned} z_1(x) &= \left[ \frac{-a_5 \sin q_{12}}{q_{12}} a_3 + \frac{a_5 \sin q_{12}}{q_{12}} (a_3 + a_2 \cos q_2) \right] z_{11} \\ z_2(x) &= \frac{-a_4 \sin q_1}{q_1}, \quad z_3(x) = -a_2 q_1 \sin q_2 (a_3 + a_2 \cos q_2) z_{11} \\ z_4(x) &= a_2 q_2 \sin q_2 a_3 z_{11}, \quad z_5(x) = (a_3 + a_2 \cos q_2) z_{11} \\ z_6(x) &= \left[ \frac{a_5 \sin q_{12}}{q_{12}} (a_3 + 2 \cos q_2) - (a_1 + 2a_2 \cos q_2) \frac{a_5 \sin q_{12}}{q_{12}} \right] z_{11} \\ z_7(x) &= \frac{a_4 \sin q_1}{q_1} (a_3 + 2 \cos q_2) z_{11} \\ z_8(x) &= (a_1 + 2a_2 \cos q_2) a_2 q_1 \sin q_2 z_{11} \\ z_9(x) &= a_2 q_2 \sin q_2 (a_3 + 2 \cos q_2) z_{11}, \quad z_{10}(x) = \cos q_2 z_{11} \\ z_{11}(x) &= \frac{1}{(a_1 + 2a_2 \cos q_2) a_3 - (a_3 + a_2 \cos q_2) (a_3 + 2 \cos q_2)} \end{aligned}$$

Và:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Việc đặt các biến  $z_i$  để đưa các ma trận  $A(x)$  và  $B(x)$  về dạng ma trận  $A(z(t))$  và  $B(z(t))$ . Chúng ta có thể thấy phương trình động lực học có tính phi tuyến tính rất cao. Do đó việc thiết kế một bộ điều khiển thông thường là rất khó khăn. Một mô hình cánh tay 2 bậc tự do như thế này có cấu trúc động lực học giống hệ con lắc Furuta, mà ở đó các phương pháp tuyến tính hóa thông thường kết hợp với điều khiển PID cũng dễ dàng kiểm soát và điều khiển hệ thống [23]. Thực tế cũng đã có các bộ điều khiển PID, bộ điều khiển trượt được ứng dụng để điều khiển hệ thống. Trong trường hợp này, bộ điều khiển mờ Takagi-Sugeno được đề xuất sử dụng như một hướng tiếp cận mới mà các nghiên cứu khác chưa sử dụng. Bộ điều khiển này sẽ thể hiện các quan hệ đầu vào đầu ra của hệ thống phi tuyến theo các quy luật IF-THEN. Đặc điểm chính của mô hình mờ T-S là việc thể hiện động lực cục bộ của mỗi luật mờ bằng mô hình hệ thống tuyến tính, đồng thời cũng sẽ khắc phục được vấn đề phức tạp về tham số.

### 3. Thiết kế bộ điều khiển mờ Takagi-Sugeno

#### 3.1. Mô hình Takagi-Sugeno (T-S)

Mô hình T-S có thể biểu diễn chính xác một hệ thống phi tuyến trong một tập không gian trạng thái nhỏ gọn. Nó bao gồm một tập hợp các mô hình mô tả tuyến tính được kết nối với nhau bởi các hàm thành viên phi tuyến. Hệ thống mờ T-S có thể được biểu diễn dưới dạng sau [22]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i(z(t))x(t) + B_i(z(t))u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (4)$$

với  $i \in \Omega_r$  là luật mờ thứ  $i$  và  $\Omega_r = [1, 2, \dots, r]$ ,  $\Omega_p = [1, 2, \dots, p]$ , với  $p$  là số lượng biến tiền đề  $z$ . Hàm thành viên  $h_i(z(t))$  thỏa mãn  $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$  và  $h_i(z(t))$  được xác định:

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (5)$$

với:

$$\begin{cases} w_{i0} = \frac{z_{imax} - z_i}{z_{imax} - z_{imin}} \\ w_{i1} = 1 - w_{i0} \end{cases} \quad i = [1, 2, \dots, r = 2^p] \quad (6)$$

trong đó  $z_{imax}$  là giá trị lớn nhất của biến tiền đề  $z_i$ ,  $z_{imin}$  là giá trị nhỏ nhất của biến tiền đề  $z_i$  khi  $i = [1, 2, \dots, 11]$  và

$$\begin{cases} z_{kmax} = z_{km} + z_{kr} \\ z_{kmin} = z_{km} - z_{kr} \end{cases} \quad k = [1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9]. \quad (7)$$

#### 3.2. Thuật toán xấp xỉ

Để giải quyết mô hình (3) theo mô hình (4) cần  $2^p$  luật mờ, với  $p = 11$ , do đó cần 2048 luật mờ. Do số lượng luật mờ quá lớn nên việc tính toán khá khó khăn. Để giảm độ phức tạp, phương pháp xấp xỉ đã được dùng cho mô hình (4):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (\bar{A}_i(z(t))x(t) + \bar{B}_i(z(t))u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (8)$$

với  $\bar{A}_i(z(t)) = A_i(z(t)) + \Delta A_i(z(t))$ ,  $\bar{B}_i(z(t)) = B_i(z(t)) + \Delta B_i(z(t))$ .

Bài toán sẽ xấp xỉ 8 biến tiền đề  $z_k$ ,  $k = [1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9]$ , còn lại 3 biến là  $z_5, z_{10}, z_{11}$  do đó số luật mờ mới là  $2^3 = 8$  luật. Các ma trận được biểu diễn như sau :

$$A_i(z(t)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ z_{1m} + z_{2m} & z_{1m} & z_{3m} + 2z_{4m} - a_3 k_1 & c_3 \\ z_{6m} + z_{7m} & z_{6m} & z_{8m} - 2z_{9m} + (a_3 z_{11} + 2z_{10}) k_1 & c_4 \end{bmatrix}$$

trong đó:

$$c_3 = z_{4m} + z_5 k_2, \quad c_4 = -z_{9m} - (a_1 z_{11} + 2a_2 z_{10}) k_2$$

$$\Delta A(z(t)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & z_{5r} k_2 \\ 0 & 0 & (a_3 z_{11r} + 2z_{10r}) k_1 & (a_1 z_{11r} + 2a_2 z_{10r}) k_2 \end{bmatrix}$$

với các giá trị  $z_{km}$ ,  $z_{kr}$  được tính ở phương trình (7).

Giả định rằng các ma trận không chắc chắn của hệ thống có thể được biểu diễn dưới dạng [14]:

$$\Delta A_i = H_a^T \Delta_a W_{ai}, \quad \Delta B_i = H_b^T \Delta_b W_{bi}. \quad (9)$$

Ta có  $\Delta_l^T \Delta_l(t) \leq I$  với  $l \in \{a, b\}$ .

Đối với thiết kế điều khiển của hệ thống (8), chúng tôi xem xét luật điều khiển PDC sau đây [22] :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) F_i x(t) \quad (10)$$

Từ phương trình (8) và (10), hệ thống vòng kín mờ T-S được viết lại dưới dạng như sau:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z) h_j(z) \Lambda_{ij} x(t) \quad (11)$$

Trong đó  $\Lambda_{ij} = A_i - B_i F_j$ .

#### 3.3. Thiết kế bộ điều khiển thông qua giải pháp LMI (linear matrix inequality).

Định lý dưới đây sử dụng bất đẳng thức ma trận tuyến tính để thiết kế bộ điều khiển cho robot hai bậc tự do.

**Định lý 1.** Mô hình mờ không chắc chắn (8) và hệ số  $\alpha$  (decay rate) dương. Hệ thống vòng kín (11) tiến đến ổn định với hệ số  $\alpha$  dưới tác động của bộ điều khiển PDC (10) nếu tồn tại ma trận  $P$  xác định dương và đối xứng  $P = P^T > 0$ , ma trận  $M_j$  và hệ số dương  $\tau^a, \tau^b$  sao cho:

$$\begin{cases} \Xi_{ii} < 0 & \forall i \in \{1, 2, \dots, r\} \\ \Xi_{ij} + \Xi_{ji} < 0 & \forall i, j \in \{1, 2, \dots, r\}, i < j \end{cases} \quad (12)$$

$\Xi_{ii}, \Xi_{ij}, \Xi_{ji}$  được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \Xi_{ii} &= \begin{bmatrix} \gamma_{ii} & * & * \\ W_{ai}P & -\tau^a I & * \\ W_{bi}M_i & 0 & -\tau^b I \end{bmatrix}, \\ \Xi_{ij} &= \begin{bmatrix} \gamma_{ij} & * & * \\ W_{ai}P & -\tau^a I & * \\ W_{bi}M_j & 0 & -\tau^b I \end{bmatrix}, \\ \Xi_{ji} &= \begin{bmatrix} \gamma_{ji} & * & * \\ W_{aj}P & -\tau^a I & * \\ W_{bj}M_i & 0 & -\tau^b I \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Trong đó:

$$\begin{aligned} \gamma_{ii} &= A_i P - B_i M_i + P A_i^T - M_i^T B_i^T + 2\alpha P, \\ \gamma_{ij} &= A_i P - B_i M_j + P A_i^T - M_j^T B_i^T + 2\alpha P, \\ \gamma_{ji} &= A_j P - B_j M_i + P A_j^T - M_i^T B_j^T + 2\alpha P. \end{aligned}$$

Hơn nữa, hệ số khuếch đại của bộ điều khiển PDC được tính toán xác định bằng:

$$F_j = M_j P^{-1} \quad (13)$$

**Nhận xét:** Hệ số  $\alpha$  (decay rate) là tham số được kết hợp trong điều kiện ổn định Lyapunov để cải thiện sự hội tụ của hệ thống robot. Hệ số này càng lớn thì tốc độ hội tụ ổn định càng nhanh. Chọn hàm Lyapunov dưới đây:

$$V = x^T P_h x \quad (14)$$

Đạo hàm theo thời gian của hàm Lyapunov được xác định:

$$\dot{V} = \dot{x}^T P_h x + x^T P_h^T \dot{x} = x^T [(A_h - B_h F_h)^T P_h^T + P_h (A_h - B_h F_h)] x \quad (15)$$

Nếu  $\dot{V}(x) < 0$  thì luôn tồn tại một giá trị  $\alpha > 0$  sao cho  $\dot{V}(x) + 2\alpha V(x) < 0, x \neq 0$ , tương đương với:

$$\hat{Y} = (A_h - B_h F_h)^T P_h^T + P_h (A_h - B_h F_h) + 2\alpha P_h < 0 \quad (16)$$

Nhân cả 2 vế bất đẳng thức với (16)  $P_h^{-1}$  và đặt  $P_h^{-1} = P$  ta được:

$$\hat{Y} = P(A_h - B_h F_h) + (A_h - B_h F_h)P^T + 2\alpha P^T < 0 \quad (17)$$

Sau một vài phép biến đổi, ta có thể biểu diễn lại bất đẳng thức (17) như sau:

$$\hat{Y} = Y + \Delta Y < 0 \quad (18)$$

Với

$$Y = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z) h_j(z) (A_i P - B_i M_j + P A_i^T - M_j^T B_i^T + 2\alpha P)$$

$$\Delta Y = \bar{H}^T \Delta(t) \bar{w} + \bar{w}^T \Delta(t)^T \bar{H}$$

Các ma trận không chắc chắn được định nghĩa như sau:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 0 & H_a \\ 0 & H_b \end{bmatrix}, \quad \bar{W} = \begin{bmatrix} W_{ah}P & 0 \\ -W_{bh}M_h & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta(t) = \begin{bmatrix} \Delta_a(t) & 0 \\ 0 & \Delta_b(t) \end{bmatrix}.$$

Đặt

$$S_{hh} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z) h_j(z) \begin{bmatrix} \tau^a I & 0 \\ 0 & \tau^b I \end{bmatrix}$$

Sử dụng tính chất sau:

$$S = S^T > 0, \quad X^T Y + Y^T X \leq X^T S X + Y^T S^{-1} Y$$

Trong đó:  $S = S_{hh}$ ,  $X = \bar{H}$ ,  $Y = \Delta(t) \bar{W}$  và  $\Delta(t)^T \Delta(t) \leq I$  Do đó ta được:

$$\begin{aligned} Y + \Delta Y &\leq Y + \bar{H}^T S_{hh} \bar{H} + \bar{W}^T \Delta^T(t) S_{hh}^{-1} \Delta(t) \bar{W} \\ &\leq Y + \bar{H}^T S_{hh} \bar{H} + \bar{W}^T S_{hh}^{-1} \bar{W} \end{aligned} \quad (19)$$

Do  $S_{hh} > 0$ , theo bổ đề bổ sung Schur, bất đẳng thức (19) tương đương với:

$$\Xi_{hh} = \begin{bmatrix} Y + \bar{H}^T S_{hh} \bar{H} & \bar{W}^T \\ \bar{W} & -S_{hh} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

#### 4. Ứng dụng hệ mờ để điều khiển robot

Để quá trình vận hành của robot được đảm bảo về hiệu suất cũng như an toàn, chúng tôi giới hạn không gian làm việc của robot 2-DoF như sau:

$$|q_1| \leq \pi \text{ (rad)}, \quad |q_2| \leq \pi \text{ (rad)}, \quad |\dot{q}_1| \leq 15 \text{ (rad/s)}, \quad |\dot{q}_2| \leq 15 \text{ (rad/s)}$$

Như đã trình bày trong phần 3, chúng tôi thu được 11 biến tiền đề  $z_1, z_2, \dots, z_{11}$  được định nghĩa là  $z_j(t)$  trong đó  $z_{j\min} \leq z_j(t) \leq z_{j\max}$ , với  $j \in \Omega_{11}$ .

Dựa trên không gian làm việc của Robot 2-DoF chúng tôi xác định được giới hạn của các biến tiền đề. Với 11 biến tiền đề này chúng tôi sẽ thu được  $2^{11}$  luật mờ cho hệ thống. Bộ mô tả mờ T-S sẽ gồm  $2^{11}$  hệ thống con tuyến tính cục bộ nhưng do giới hạn về không gian nên chúng tôi sẽ không đưa ra ở đây. Giá trị của 11 biến tiền đề được thể hiện trong Bảng 1. Trong phần

**Bảng 1:** Giá trị các biến tiền đề.

	$z_{\max}$	$z_{\min}$
$z_1$	$7,703 \times 10^2$	$-7,632 \times 10^2$
$z_2$	$4,001 \times 10^3$	$-4,075 \times 10^3$
$z_3$	$9,583 \times 10^2$	$-9,583 \times 10^2$
$z_4$	$5,702 \times 10^2$	$-5,702 \times 10^2$
$z_5$	$1,551 \times 10^2$	$-1,529 \times 10^2$
$z_6$	$2,830 \times 10^3$	$-2,896 \times 10^3$
$z_7$	$1,516 \times 10^4$	$-1,499 \times 10^4$
$z_8$	$3,581 \times 10^3$	$-3,581 \times 10^3$
$z_9$	$2,122 \times 10^3$	$-2,122 \times 10^3$
$z_{10}$	$1,256 \times 10^2$	$-1,244 \times 10^2$
$z_{11}$	$2,214 \times 10^2$	$-2,174 \times 10^2$

trên chúng tôi thu được 11 biến  $z$ , do đó số luật mờ sẽ là  $2^{11}$ . Vì số lượng luật mờ lớn sẽ gây khó khăn cho quá trình tính toán nên chúng tôi quyết định giảm độ phức tạp của mô hình. Ý tưởng của chúng tôi là sẽ coi một số điểm phi tuyến tính là mô hình không chắc chắn để giảm số lượng biến tiền đề, do đó là số quy tắc sẽ được giảm đi đáng kể. Sau đó, những mô

hình không chắc chắn này có thể được xử lý bằng cách sử dụng phương pháp xấp xỉ. Kết quả thu được chỉ còn 8 luật mờ với 3 biến  $z_5, z_{10}, z_{11}$ . Các biến  $z_k$  với  $k = [1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9]$  được xấp xỉ theo phương trình (7).

Từ đó hệ thống phi tuyến (8) có thể được biểu diễn lại dưới dạng:

$$\dot{x}(t) = (\bar{A}(x) + \Delta\bar{A}(x))x(t) + Bu(t) \quad (21)$$

Trong đó:  $\Delta\bar{A}(x) = H_a\Delta_aW_a$ ,  $\Delta\bar{B}(x) = 0$ ,  $\Delta_a = \text{diag}(f_1(t), f_2(t))$

Với

$$0 \leq f_1(t), f_2(t) \leq 1.$$

$$\bar{A}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_3k_1 & z_5k_2 \\ 0 & 0 & (a_3z_{11} + 2z_{10})k_1 & -(a_1z_{11} + 2a_2z_{10})k_2 \end{bmatrix},$$

$$H_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$W_a = \begin{bmatrix} z_{1r} + z_{2r} & z_{1r} & z_{3r} + 2z_{4r} & z_{4r} \\ z_{6r} + z_{7r} & z_{6r} & z_{8r} - 2z_{9r} & -z_{9r} \end{bmatrix},$$

Ma trận không gian trạng thái được biểu diễn như trong Bảng 2.

**Bảng 2:** Ma trận không gian trạng thái.

Matrix	$z_5$	$z_{10}$	$z_{11}$
$A_1$	min	min	min
$A_2$	min	min	max
$A_3$	min	max	min
$A_4$	min	max	max
$A_5$	max	min	min
$A_6$	max	min	max
$A_7$	max	max	min
$A_8$	max	max	max

Chúng tôi định nghĩa như sau:

$$w_{50} = \frac{z_5 - z_{5\min}}{z_{5\max} - z_{5\min}}, w_{51} = 1 - w_{50}$$

$$w_{100} = \frac{z_{10} - z_{10\min}}{z_{10\max} - z_{10\min}}, w_{101} = 1 - w_{100}$$

$$w_{110} = \frac{z_{11} - z_{11\min}}{z_{11\max} - z_{11\min}}, w_{111} = 1 - w_{110}$$

Chúng tôi xác định các hàm thành viên của hệ mờ T-S như sau: Kết quả thu được cho thấy hệ thống mô tả bất định phi tuyến có thể thu được dễ dàng khi coi một số biến tiền đề là mô hình không chắc chắn. Điều này đã giảm được độ phức tạp và giúp đơn giản hoá mô hình rất nhiều. Áp dụng phương pháp này và phương pháp thiết kế điều khiển được đề xuất trong phần 3 chúng ta có thể xử lý các hệ thống mô tả mờ T-S với bất kỳ số lượng quy tắc nào.

## 5. Mô phỏng và kết quả

Trong phần này, quá trình mô phỏng trên Matlab hệ thống robot hai bậc tự do, với các tham số cơ bản của robot như sau:  $k_1 = \frac{1}{7}(Nms/rd)$ ,  $k_2 = \frac{1}{7}(Nms/rd)$ ,  $L_1 = 0,5(m)$ ,

**Bảng 3:** Hàm thành viên.

Hàm thành viên	Giá trị
$h_1(z)$	$w_{50} \cdot w_{101} \cdot w_{111}$
$h_2(z)$	$w_{50} \cdot w_{101} \cdot w_{110}$
$h_3(z)$	$w_{50} \cdot w_{100} \cdot w_{111}$
$h_4(z)$	$w_{50} \cdot w_{100} \cdot w_{110}$
$h_5(z)$	$w_{51} \cdot w_{101} \cdot w_{111}$
$h_6(z)$	$w_{51} \cdot w_{101} \cdot w_{110}$
$h_7(z)$	$w_{51} \cdot w_{100} \cdot w_{111}$
$h_8(z)$	$w_{51} \cdot w_{100} \cdot w_{110}$

$$L_2 = 0,5(m), m_1 = 15(kg), m_2 = 9(kg), r_1 = 0,25(m), r_2 = 0,25(m), I_1 = 0,3130(kgm^2), I_2 = 0,1878(kgm^2), g = 9,81(m/s^2).$$

Để kiểm chứng độ bền vững của bộ điều khiển được đề xuất, chúng tôi xem xét đáp ứng của hệ thống khi có sự tác động của nhiễu. Thành phần nhiễu ở đây là ma sát khô của hệ thống. Thành phần này được miêu tả thông qua mô hình ma sát Stribeck:

$$\tau_{df} = \begin{bmatrix} \tau_{df1} \\ \tau_{df2} \end{bmatrix} = \begin{cases} \lambda_1 & \text{nếu } |q_i| > 0 \\ \lambda_2 & \text{nếu } q_i = 0 \text{ và } |\tau_i| < \tau_s \\ \lambda_3 & \text{, còn lại} \end{cases} \quad (22)$$

trong đó

$$\lambda_1 = \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{-\left(\frac{q_i}{v_s}\right)^2} \text{sign}(q_i),$$

$$\lambda_2 = \tau_i,$$

$$\lambda_3 = \tau_s \text{sign}(\tau_i - \tau_s),$$

$\tau_{df1}$  và  $\tau_{df2}$  lần lượt là mô men ma sát khô của khớp thứ nhất và thứ hai.  $\tau_s$  là hệ số ma sát tĩnh,  $\tau_c$  là mô men ma sát Coulomb,  $v_s$  là tốc độ Stribeck.

Phương trình động lực học (2) được viết lại sau khi thêm vào thành phần nhiễu ma sát khô:

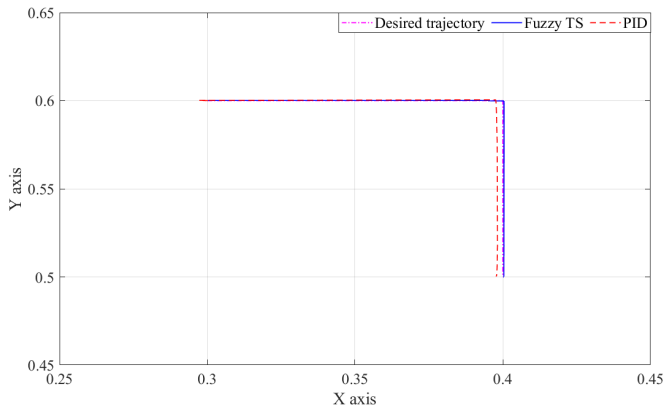
$$\begin{cases} \tau_1 = (a_1 + 2a_2 \cos q_2)\ddot{q}_1 + (a_3 + a_2 \cos q_2)\ddot{q}_2 - a_2\dot{q}_2^2 \sin q_2 \\ \quad + (k_1 - 2a_2\dot{q}_2 \sin q_2)\dot{q}_1 + a_4 \sin q_1 + a_5 \sin q_{12} + \tau_{df1} \\ \tau_2 = (a_3 + a_2 \cos q_2)\ddot{q}_1 + a_3\ddot{q}_2 + a_2 \sin q_2 \dot{q}_1^2 + k_2\dot{q}_2 \\ \quad + a_5 \sin q_{12} + \tau_{df2} \end{cases} \quad (23)$$

Các kết quả số được thực hiện với môi trường SimMechanics trong phần mềm Matlab / Simulink, chúng tôi sử dụng tool Yalmip [24] với bộ giải "sdpt3" để giải LMI và chứng minh tính ổn định của hệ thống robot hai bậc tự do. Ma trận xác định dương P và hệ số khuếch đại F của bộ điều khiển PDC đã được tính toán:

$$P = 10^{10} \times \begin{bmatrix} 0,1431 & -0,4268 & -0,0792 & 0,2529 \\ -0,4268 & 2,7405 & -0,0076 & 0,0326 \\ -0,0792 & -0,0076 & 1,2841 & -0,8828 \\ 0,2529 & 0,0326 & -0,8828 & 2,5986 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 4,9815 & 0,9411 & -3,7471 & 4,7616 \\ -0,7174 & -0,0875 & -1,3019 & 2,2046 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 7,8971 & 1,3266 & -4,5656 & 8,9100 \\ 3,2399 & 0,5287 & -1,8030 & 3,6014 \end{bmatrix},$$



Hình 2: Quỹ đạo chuyển động.

$$F_3 = \begin{bmatrix} -4,3897 & -0,9419 & 1,3570 & -2,5178 \\ -2,8525 & -0,6008 & 0,2781 & -1,3397 \end{bmatrix},$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} -3,5858 & -0,8657 & 2,7714 & -2,7286 \\ 0,4559 & 0,0093 & 0,6242 & -1,4225 \end{bmatrix},$$

$$F_5 = \begin{bmatrix} 4,1661 & 0,9388 & -2,8376 & 2,9003 \\ -0,7973 & -0,1081 & -0,8542 & 1,8838 \end{bmatrix},$$

$$F_6 = \begin{bmatrix} 4,6632 & 0,3114 & -1,1159 & 1,9763 \\ 2,2984 & 0,2398 & -0,2487 & 1,2877 \end{bmatrix},$$

$$F_7 = \begin{bmatrix} -4,9918 & -0,5429 & 1,5541 & -3,5333 \\ -3,1944 & -0,4595 & 0,6593 & -1,8056 \end{bmatrix},$$

$$F_8 = \begin{bmatrix} -3,5458 & -0,9137 & 3,0713 & -2,8374 \\ 0,8113 & -0,0150 & 0,6888 & -0,8331 \end{bmatrix}.$$

Bộ điều khiển PID được thực hiện để so sánh với phương pháp đề xuất trong bài báo. Các tham số của bộ điều khiển PID được tính toán theo công thức:

$$u(t) = K_P h(t) + K_D \dot{h}(t) + K_I \int h(t) dt \quad (24)$$

với  $h = [q_1 \quad q_2]^T$ .

Các giá trị của bộ điều khiển PID được chọn như sau:

$$K_P = \begin{bmatrix} -81,5 & 0 \\ 0 & -81,5 \end{bmatrix},$$

$$K_I = \begin{bmatrix} -6,34 & 0 \\ 0 & -6,34 \end{bmatrix},$$

$$K_D = \begin{bmatrix} -124,5 & 0 \\ 0 & -124,5 \end{bmatrix}.$$

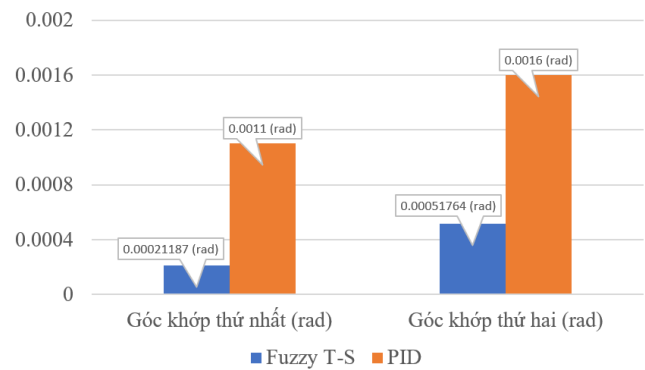
Quỹ đạo di chuyển được thiết kế để kiểm nghiệm khả năng bám quỹ đạo là hai đoạn thẳng vuông góc với nhau. Từ hình 2 ta thấy khi sử dụng bộ điều khiển PID, vẫn còn tồn tại sự sai khác giữa quỹ đạo đặt và quỹ đạo sau điều khiển. Còn với bộ điều khiển mờ T-S thì hai quỹ đạo trên gần như trùng khớp với nhau. Qua đó có thể nhận định rằng bộ điều khiển mờ được đề xuất có phần vượt trội hơn bộ điều khiển PID truyền thống trong việc xử lý bài toán điều khiển bám.

Ở hình 5 và 6, khi điều khiển bằng PID thì vị trí cả hai khớp thứ nhất và thứ hai đều có một độ sai khác tương đối rõ ràng so với quỹ đạo đặt cho các khớp. Giá trị sai lệch vị trí của hai khớp khi điều khiển bằng hai phương pháp được trình bày trong hình 7 và 8. Bảng 4 và các hình 3, 4 trình bày kết quả về giá trị Root

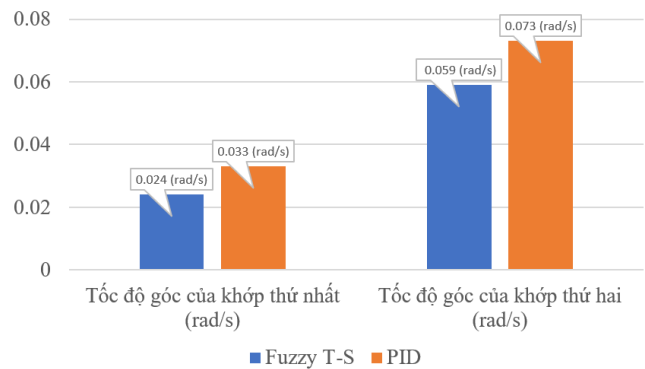
Mean Square Error (RMSE) của các tham số góc khớp và vận tốc của góc khớp. Với bộ điều khiển mờ T-S, giá trị RMSE của hai góc khớp lần lượt là  $2.1187 \times 10^{-4}$  (rad) và  $5.1764 \times 10^{-4}$  (rad) trong khi với PID các sai lệch này bằng 0.011 (rad) và 0.0016 (rad). Ta thấy rằng giá trị này của  $q_1, q_2$  trong trường hợp dùng điều khiển mờ sẽ nhỏ hơn nhiều khi dùng bộ PID.

Đại lượng	Fuzzy T-S	PID
$q_1$ (rad)	$2.1187 \times 10^{-4}$	0.0011
$q_2$ (rad)	$5.1764 \times 10^{-4}$	0.0016
$\dot{q}_1$ (rad/s)	0.0024	0.0033
$\dot{q}_2$ (rad/s)	0.0059	0.0073

Bảng 4: Root Mean Square Errors.



Hình 3: RMSE của góc khớp.

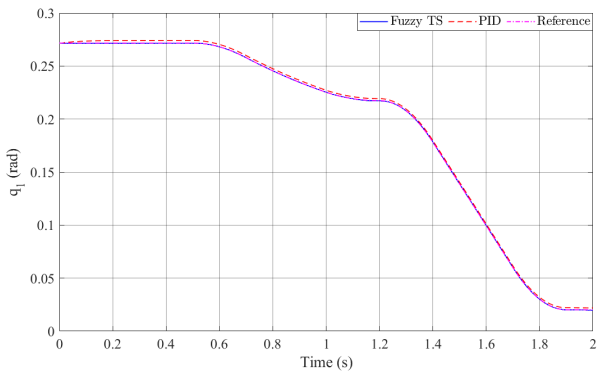


Hình 4: RMSE của tốc độ góc khớp.

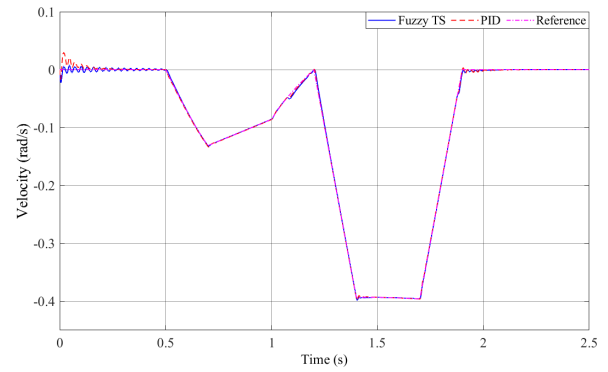
Về mặt tốc độ, từ các hình 9, 10, 11, 12 và giá trị RMSE của  $\dot{q}_1, \dot{q}_2$  trong bảng 4 có thể thấy rằng không có sự khác biệt đáng kể giữa hai phương pháp. Cả hai đều cho đáp ứng tương đối nhanh với độ sai lệch nhỏ. Bộ PID có độ dao động vận tốc lớn hơn so với bộ điều khiển mờ ở giai đoạn đầu. Khi hệ thống ổn định, hai bộ điều khiển cho đáp ứng vận tốc tương đương nhau.

## 6. Kết luận

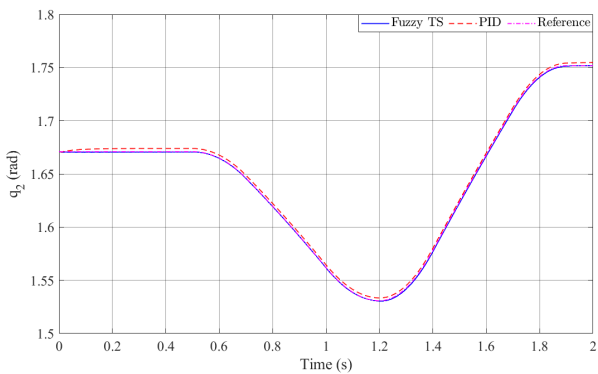
Bộ điều khiển mờ dựa trên mô hình mờ T-S đã giải quyết được những hạn chế của hệ thống như tính phi tuyến tính, độ phức tạp về tham số. Bằng cách áp dụng bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI cùng với sự hỗ trợ của phần mềm MATLAB 2019a



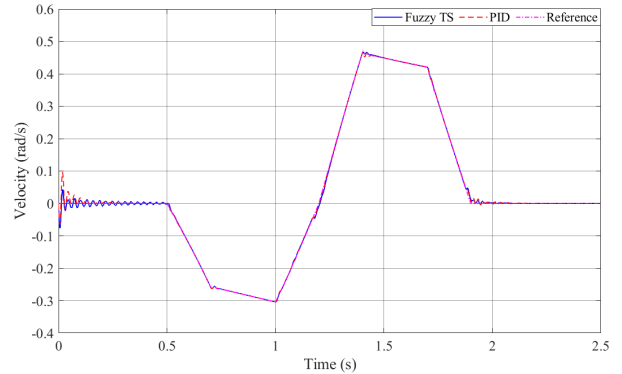
Hình 5: Vị trí của khớp thứ nhất.



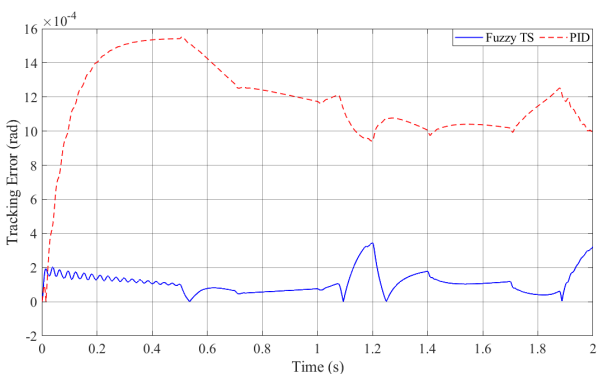
Hình 9: Tốc độ của khớp thứ nhất.



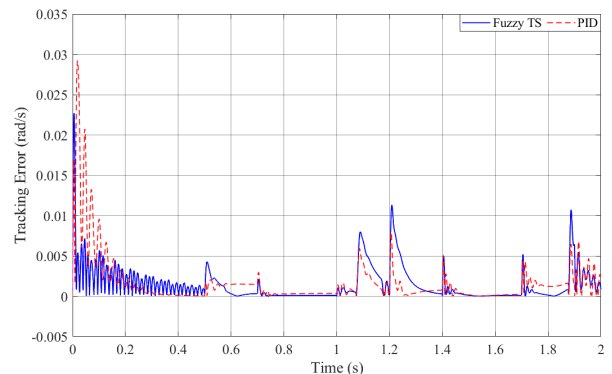
Hình 6: Vị trí của khớp thứ hai.



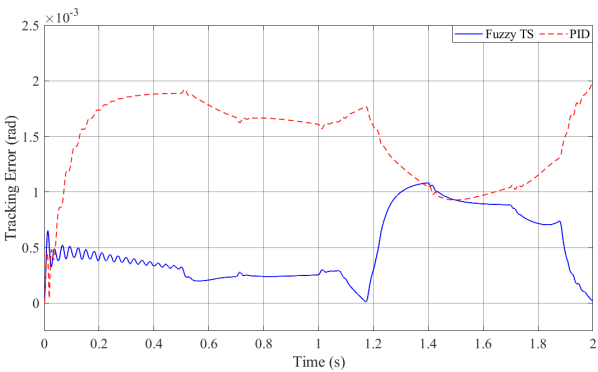
Hình 10: Tốc độ của khớp thứ hai.



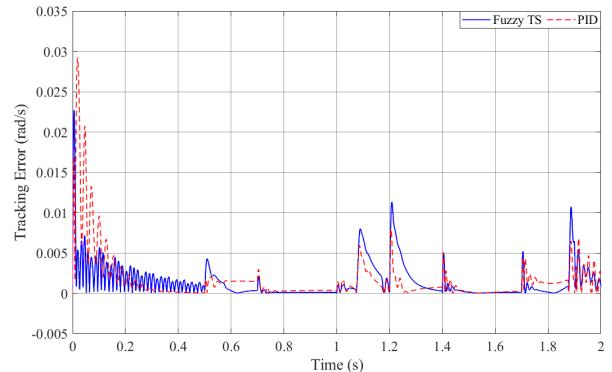
Hình 7: Sai lệch vị trí của khớp thứ nhất.



Hình 11: Sai lệch tốc độ của khớp thứ nhất.



Hình 8: Sai lệch vị trí của khớp thứ hai.



Hình 12: Sai lệch tốc độ của khớp thứ hai.

để giải quyết các bài toán phân tích tính ổn định đã thu được kết quả tốt. Tính ổn định của bộ điều khiển cũng được chứng minh khi xét thêm thành phần nhiễu thay đổi trong mô hình

đối tượng. So với bộ điều khiển PID, bộ điều khiển mờ T-S cho thấy sự vượt trội hơn khi theo dõi bám quỹ đạo. Phương pháp điều khiển mờ T-S còn được áp dụng vào những đối tượng

trong thực tế, phương pháp cũng đã chứng minh được sự hiệu quả của mình. Các nhà khoa học đã có nhiều nghiên cứu điều khiển thành công trong thực tiễn, từ những mô hình đơn giản như pendubot [25], sau đó là các mô hình có độ phức tạp và số bậc tự do cao hơn như Ball robot [26] hay cánh tay robot 6 bậc tự do [27]. Các phương án đề xuất nghiên cứu trong tương lai là phát triển mô hình đối tượng thành các robot công nghiệp với số bậc tự do lớn hơn, phức tạp hơn và xét đến các nhiễu khác từ bên ngoài như tải thay đổi.

**Lời cảm ơn:** Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Bách khoa Hà Nội trong đề tài mã số T2021-TT-002.

## References

- [1] Zakia, U., Moallem, M., Menon, C. (2019, February). PID-SMC controller for a 2-DOF planar robot. In 2019 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering (ECCE) (pp. 1-5). IEEE.
- [2] Rocco, P. (1996). Stability of PID control for industrial robot arms. *IEEE transactions on robotics and automation*, 12(4), 606-614.
- [3] Gaidhane, P. J., Nigam, M. J., Kumar, A., Pradhan, P. M. (2019). Design of interval type-2 fuzzy precompensated PID controller applied to two-DOF robotic manipulator with variable payload. *ISA transactions*, 89, 169-185.
- [4] Zeinali, M., Notash, L. (2010). Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for robot manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 45(1), 80-90.
- [5] Rahmani, M., Komijani, H. and Rahman, M.H. New Sliding Mode Control of 2-DOF Robot Manipulator Based on Extended Grey Wolf Optimizer. *Int. J. Control Autom. Syst.* 18, 1572–1580 (2020).
- [6] Zhang, D., Wei, B. (2017). A review on model reference adaptive control of robotic manipulators. *Annual Reviews in Control*, 43, 188-198.
- [7] Hung, N. V. Q., Tuan, H. D., Narikiyo, T., Apkarian, P. (2008). Adaptive control for nonlinearly parameterized uncertainties in robot manipulators. *IEEE transactions on control systems technology*, 16(3), 458-468.
- [8] Mosca, E., Zhang, J. (1993). Adaptive 2-DOF tracking with reference-dependent self-excitation. *IFAC Proceedings Volumes*, 26(2), 257-260.
- [9] Urrea, C., Kern, J., Alvarado, J. (2020). Design and evaluation of a new fuzzy control algorithm applied to a manipulator robot. *Applied Sciences*, 10(21), 7482.
- [10] Bingül, Z., Karahan, O. (2011). A Fuzzy Logic Controller tuned with PSO for 2 DOF robot trajectory control. *Expert Systems with Applications*, 38(1), 1017-1031.
- [11] Chen, C., Zhang, C., Hu, T., Ni, H., Luo, W. (2018). Model-assisted extended state observer-based computed torque control for trajectory tracking of uncertain robotic manipulator systems. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 15(5), 1729881418801738.
- [12] Truong, T. N., Vo, A. T., Kang, H. J. (2021). A backstepping global fast terminal sliding mode control for trajectory tracking control of industrial robotic manipulators. *IEEE Access*, 9, 31921-31931.
- [13] Wang, X., Hou, B. (2018). Trajectory tracking control of a 2-DOF manipulator using computed torque control combined with an implicit lyapunov function method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 32(6), 2803-2816.
- [14] Vermeiren, L., Dequidt, A., Afroun, M., Guerra, T. M. (2012). Motion control of planar parallel robot using the fuzzy descriptor system approach. *ISA transactions*, 51(5), 596-608.
- [15] Wang, H. O., Tanaka, K. (2004). *Fuzzy control systems design and analysis: A linear matrix inequality approach*. John Wiley Sons.
- [16] Nguyen, A., Dambrine, M., Lauber, J. (2014). Lyapunov-based robust control design for a class of switching non-linear systems subject to input saturation: application to engine control. *IET Control Theory Applications*, 8(17), 1789-1802.
- [17] Freeman, R., Kokotovic, P. V. (2008). *Robust nonlinear control design: state-space and Lyapunov techniques*. Springer Science Business Media.
- [18] Nasiri, A., Nguang, S. K., Swain, A., Almkhles, D. J. (2016). Robust output feedback controller design of discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems: a non-monotonic Lyapunov approach. *IET Control Theory Applications*, 10(5), 545-553.
- [19] Mohamed, Z., Khairudin, M., Husain, A. R., Subudhi, B. (2016). Linear matrix inequality-based robust proportional derivative control of a two-link flexible manipulator. *journal of vibration and control*, 22(5), 1244-1256.
- [20] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V. (1994). *Linear matrix inequalities in system and control theory*. Society for industrial and applied mathematics.
- [21] Ghaleb, N. M., Aly, A. A. (2018). Modeling and control of 2-DOF robot arm. *International Journal of Emerging Engineering Research and Technology*, 6(11), 24-31.
- [22] Taniguchi, T., Tanaka, K., Wang, H. O. (2000). Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control. *IEEE transactions on Fuzzy Systems*, 8(4), 442-452.
- [23] Anh-Duc Pham, Hyeong-Joon Ahn (2020). Evaluation of input shaping methods for the nonlinear vibration system using a Furuta pendulum. *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 37(11), 827-834.
- [24] Lfberg, J. (2004). A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In *Proceedings of the Conference on Computer-Aided Control System Design (CACSD)* p (Vol. 284289).
- [25] Begovich, O., Sanchez, E. N., Maldonado, M. (2002). Takagi-Sugeno fuzzy scheme for real-time trajectory tracking of an underactuated robot. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(1), 14-20.
- [26] Chiu, C. H., Peng, Y. F. (2019). Design of Takagi-Sugeno fuzzy control scheme for real world system control. *Sustainability*, 11(14), 3855.
- [27] Huang, H. C., Chuang, C. C. (2020). Artificial bee colony optimization algorithm incorporated with fuzzy theory for real-time machine learning control of articulated robotic manipulators. *IEEE Access*, 8, 192481-192492.